

Blatt 13 (Bonus) – Klassische Theoretische Physik I – WS 15/16

Prof. Dr. G. Schön
Sebastian Zanker, Daniel Mendler

(20) Punkte
Besprechung 12.02.2016

Abgabe bis spätestens 10.02.2016

1. Lenz'scher Vektor (2 + 4 + 4 = 10 Punkte)

Gegeben ist ein Zentralkraftproblem mit Newtonscher Bewegungsgleichung

$$m\ddot{\mathbf{r}} = F(r)\frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (1)$$

Die Bewegung soll in der xy -Ebene verlaufen. Der Lenz'sche Vektor

$$\boldsymbol{\epsilon} = -\frac{\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{L}}{r^2 F(r)} - \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (2)$$

ist ein Maß für die Abweichung von der Kreisbahn und ist bei der Bewegung im Gravitationsfeld erhalten.

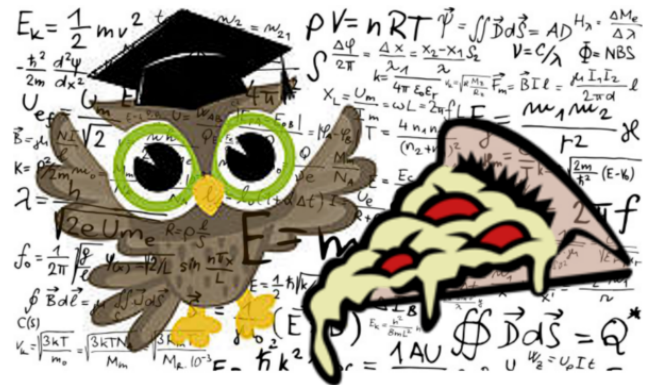
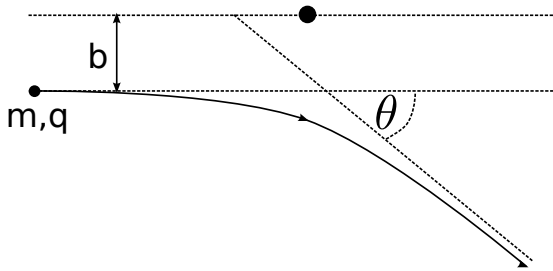
- (a) Betrachten Sie zunächst eine kreisförmige Bewegung und zeigen Sie für diesen Fall, dass der Lenz'sche Vektor verschwindet.
- (b) Zeigen Sie, dass der Lenz'sche Vektor erhalten ist, d.h. dass die zeitliche Ableitung verschwindet.
- (c) Bei der Bewegung im Gravitationsfeld ist außerdem der Drehimpuls erhalten. Wir wollen nun beide Erhaltungsgrößen nutzen um direkt die Bahnkurve zu bestimmen, ohne eine Differentialgleichung zu lösen oder ein Integral zu berechnen.
 - (i) Wählen Sie ein Koordinatensystem, so dass der Drehimpulsvektor in Richtung der z -Achse und der Lenz'sche Vektor in Richtung der x -Achse zeigt.
 - (ii) Stellen Sie die Gleichungen für die Erhaltung von Drehimpuls $\mathbf{L} = (0, 0, L)^\top$ und $\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon, 0, 0)^\top$ in Polarkoordinaten auf, ausgedrückt durch r , \dot{r} , ϕ und $\dot{\phi}$.
 - (iii) Eliminieren Sie in diesen Gleichungen die zeitlichen Ableitungen und bestimmen Sie damit die Bahnkurve

$$r(\phi) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos \phi}. \quad (3)$$

2. Rutherford Streuung (3 + 4 + 3 = 10 Punkte)

Wir betrachten die Bewegung eines geladenen Teilchens mit Ladung q , Masse m und Ortsvektor $\mathbf{r}_1(t)$ im Coulomb Potential eines ortsfesten Teilchens mit Ladung Q bei $\mathbf{r}_2 = (0, 0, 0)^\top$, d.h. $V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = V(\mathbf{r}_1) = \alpha/r_1$ mit $\alpha = qQ/4\pi\epsilon_0$. Das Teilchen befinde sich anfangs bei $\mathbf{r}_1(0) = (-\infty, -b, 0)^\top$ und habe eine Geschwindigkeit $\mathbf{v}_1(0) = v_0 \hat{\mathbf{e}}_x$ ($v_0, b > 0$).

- (a) Bestimmen Sie die Energie E des Teilchens sowie seinen Drehimpuls \mathbf{L} . In welcher Ebene bewegt sich das Teilchen?
- (b) Es sei nun $q < 0$ und $Q < 0$, d.h. $\alpha > 0$. Bestimmen Sie analog zur Vorlesung (siehe Keplerproblem bzw. Planetenbewegung) die Bahnkurve des Teilchens in Polarkoordinaten r, ϕ . Sie erhalten eine Lösung der Form $r = r(\phi)$.
- (c) Bestimmen Sie auch den *Streuwinkel* θ (siehe Skizze). Wie groß muss die Startgeschwindigkeit mindestens sein, damit das Teilchen nicht reflektiert wird? Existieren für den hier betrachteten Fall gebundene Zustände wie im Gravitationspotential? Wenn nicht, wie müssten die Ladungen der Teilchen sein, um wieder einen gebundenen Zustand zu ermöglichen?



Geselliges, überraschend triviales Pizza-Essen
 am 16.02.2016 nach der Theo A Klausur!
 Beginn: 20:30 Uhr
 Weitere Infos auf der Homepage der Fachschaft

Abbildung 1: Skizze zu Aufgabe 2 (links) und Infos der Fachschaft <https://fachschaft.physik.kit.edu/>

Informationen zur Klausur

- Bitte denken Sie daran, sich online unter <https://campus.studium.kit.edu/> zunächst für die **Vorleistung** und anschließend die **Klausur anzumelden** (bestandene Vorleistungen werden im Laufe der Woche bestätigt, sodass Sie sich danach für die Klausur anmelden können).
- Die Klausur findet am **Dienstag, 16.02.2015** von **17:45 bis 19:45 Uhr** im **Gaede- und Gerthsen-Hörsaal** statt. Bitte finden Sie sich gegen **17:30 Uhr** im Hörsaal ein, um einen pünktlichen reibungsfreien Start zu gewährleisten. Zur Bearbeitung der Aufgaben stehen Ihnen 120 Minuten zur Verfügung.
- Die Nachklausur findet am **Mittwoch, 13.04.2015** von **14:00 bis 16:00 Uhr** im **Gaede- und Gerthsen-Hörsaal** statt.
- Die Einteilung in die Hörsäle erfolgt alphabetisch nach Nachnamen. Die genaue Einteilung wird noch auf der Website bekanntgegeben.
- Als einziges Hilfsmittel zugelassen ist ein **beidseitig handbeschriebenes DIN-A4 Blatt**.
- **Nicht zugelassen** sind dementsprechend Taschenrechner, Smartphones und sonstige elektronische Hilfsmittel sowie Skripte oder Bücher etc.
- Bitte bringen Sie folgendes zur Klausur mit:
 - Ihren **Studentenausweis** mit Lichtbild
 - Ihre **Matrikelnummer**
 - die **Nummer Ihres Tutoriums**
 - ein paar **Stifte**. Papier wird von uns zur Verfügung gestellt.
- Klausurrelevant ist der Stoff der Vorlesung sowie der Übungen bis **einschließlich Blatt 12**, d.h. auch Zentralkraft, Zwei-Körperproblem und Kepler. Nicht relevant ist der Stoff der Zusatzvorlesung.
- Zur Vorbereitung lohnt es sich auf jeden Fall, noch einmal die Übungsblätter durchzugehen sowie alte Klausuren durchzurechnen.