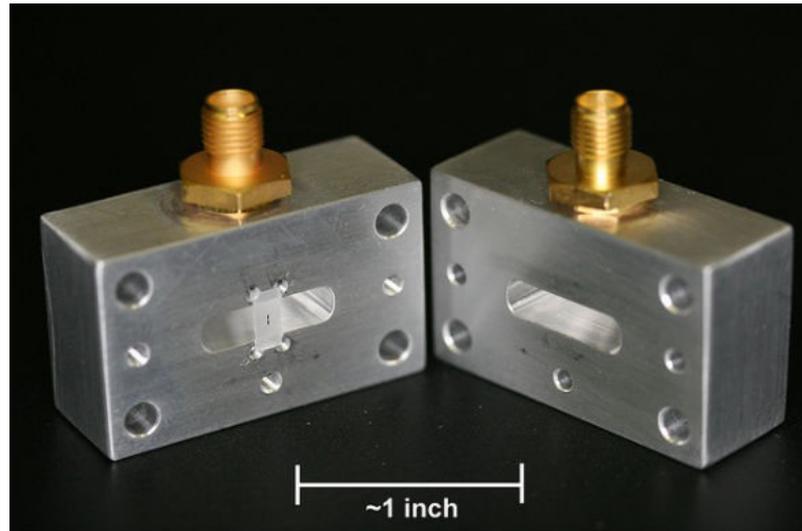


Quantencomputing mit supraleitenden Schaltungen

Hauptseminar: Physik des Quantencomputers
Simon Sudermann | 14. Mai 2013

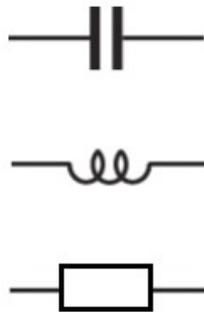
Institut für Theoretische Festkörperphysik



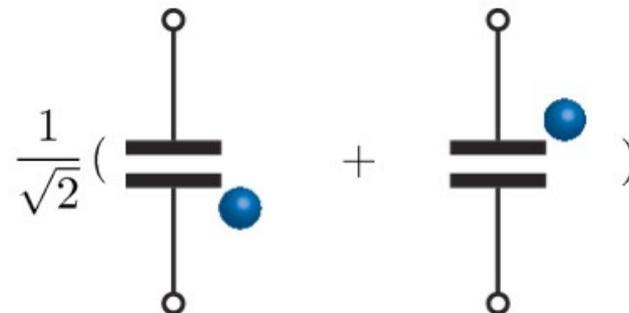
Inhalt

- Grundlagen
- Josephson-Effekt
- Josephson-Kontakt Qubits
- Single Cooper Pair Box (SCB)
 - Schaltkreis
 - Hamiltonoperator
 - Eigenschaften
- Transmon
 - Zielsetzung
 - Schaltkreis
 - Hamiltonoperator und Transmonregime
 - Ladungsdispersion und Anharmonizität des Transmons
 - Dekohärenz
- Fazit

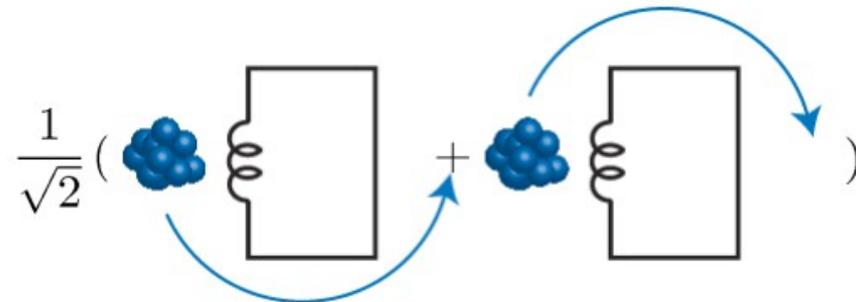
wesentliche Schaltelemente:



Ladung auf Kondensator:



Strom- oder Magnetfluss in Spule:



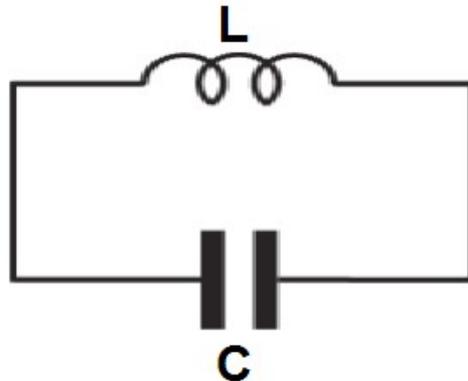
Superpositionszustände von:

Ladung q

Fluss Φ

von: Andreas Wallraff, ETH Zürich
http://www.qudev.ethz.ch/content/QSIT12/QSIT12_Super_L01.pdf

harm. Oszillator:



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sim 5 \text{ GHz}$$

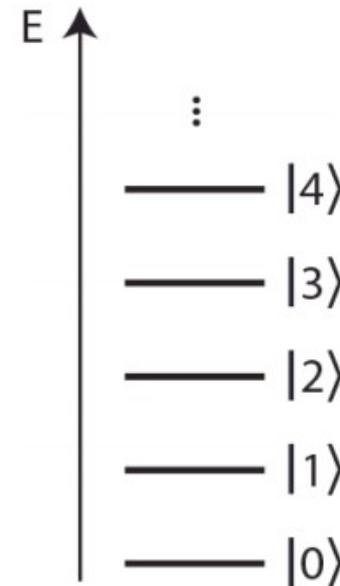
klassisch:

$$H = \frac{CV^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}$$

quantenmechanisch:

$$\hat{H} = \frac{\hat{\phi}^2}{2L} + \frac{\hat{Q}^2}{2C} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2)$$

Energie:



Vertauschungsrelation:

$$[\hat{\phi}, \hat{Q}] = i\hbar$$

von: Andreas Wallraff, ETH Zürich
http://www.qudev.ethz.ch/content/QSIT12/QSIT12_Super_L01.pdf

Josephson-Effekt

Josephson-Relationen:

$$I_S = I_C \sin \varphi \quad V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt}$$

Quasiteilchenstrom:

$$I_R = \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi}{dt}$$

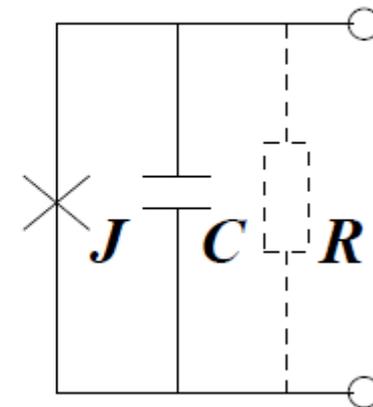
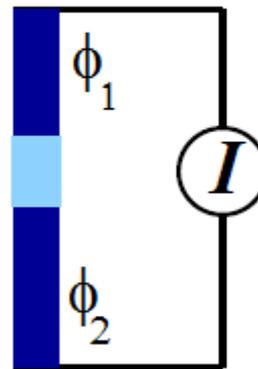
Verschiebungsstrom:

$$I_C = C \frac{dV}{dt} = \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Gesamtstrom:

$$I_{ges} = \sum I = C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} + I_C \sin \varphi$$

$$\varphi = \Phi_1 - \Phi_2$$



aus: Superconducting Quantum Circuits, Qubits and Computing; von Wendin und Shumeiko

$$I_{ges} = C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{\hbar}{2e} \frac{d\varphi}{dt} + I_C \sin \varphi$$

vgl. Pendel: $M = \Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \eta \frac{d\varphi}{dt} + mgl \sin \varphi$

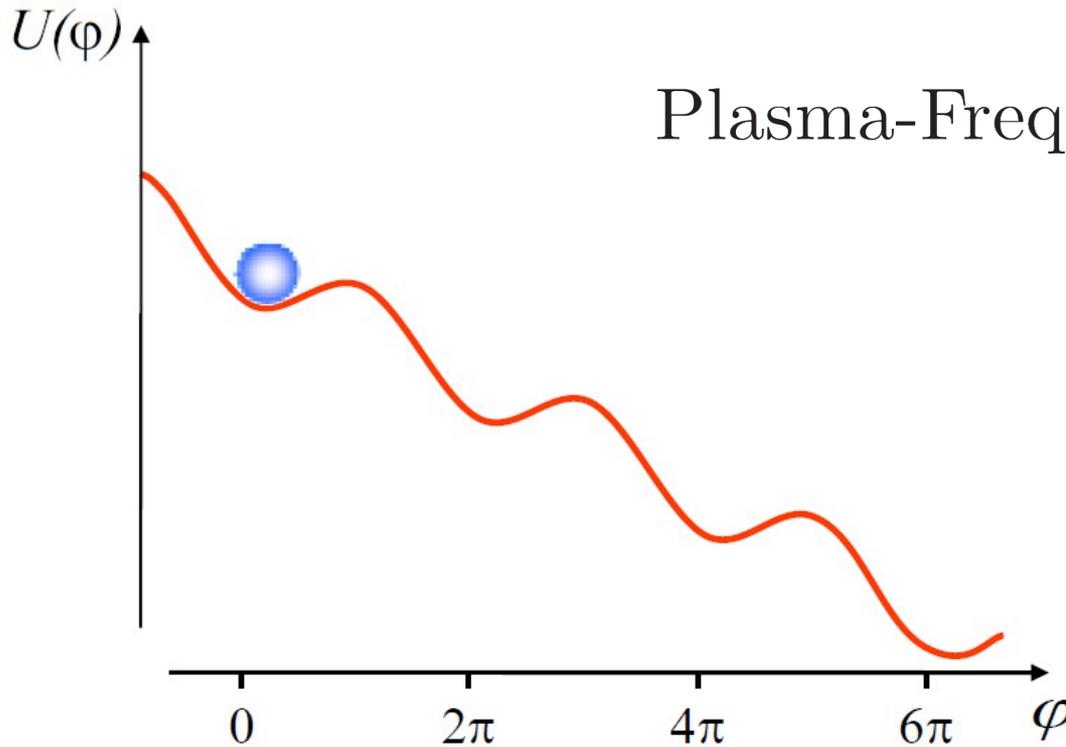
$$\Rightarrow m\ddot{\varphi} + m \frac{1}{RC} \dot{\varphi} + \frac{\partial U(\varphi)}{\partial \varphi} = 0$$

mit Masse $m = C \left(\frac{\hbar}{2e} \right)^2$

$$K(\dot{\varphi}) = \left(\frac{\hbar}{2e} \right)^2 \frac{C\dot{\varphi}^2}{2} = \frac{\hbar^2 \dot{\varphi}^2}{4E_C} \quad \text{mit } E_C = \frac{(2e)^2}{2C}$$

Josephson-Effekt

$$U(\varphi) = E_J(1 - \cos \varphi) - \frac{\hbar}{2e} I_{ges} \varphi \quad \text{mit } E_J = \frac{\hbar}{2e} I_C$$



$$\text{Plasma-Frequenz: } \omega_J = \sqrt{\frac{2eI_C}{\hbar C}}$$

von: Alexey Ustinov
http://school2012.itp.ac.ru/School12_Lectures/Ustinov_lecture1.pdf

Josephson-Kontakt Qubits

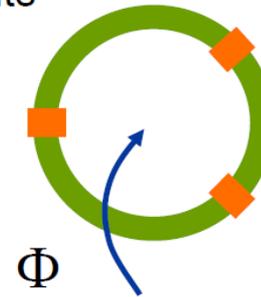
charge qubit

NEC
Chalmers
Yale
Jena

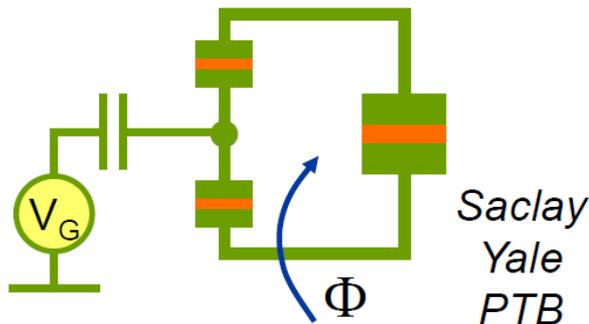


flux qubits

Delft
Jena
MIT
Berkeley
NTT
NEC

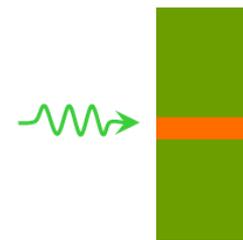


charge/flux qubit



Saclay
Yale
PTB

phase qubit

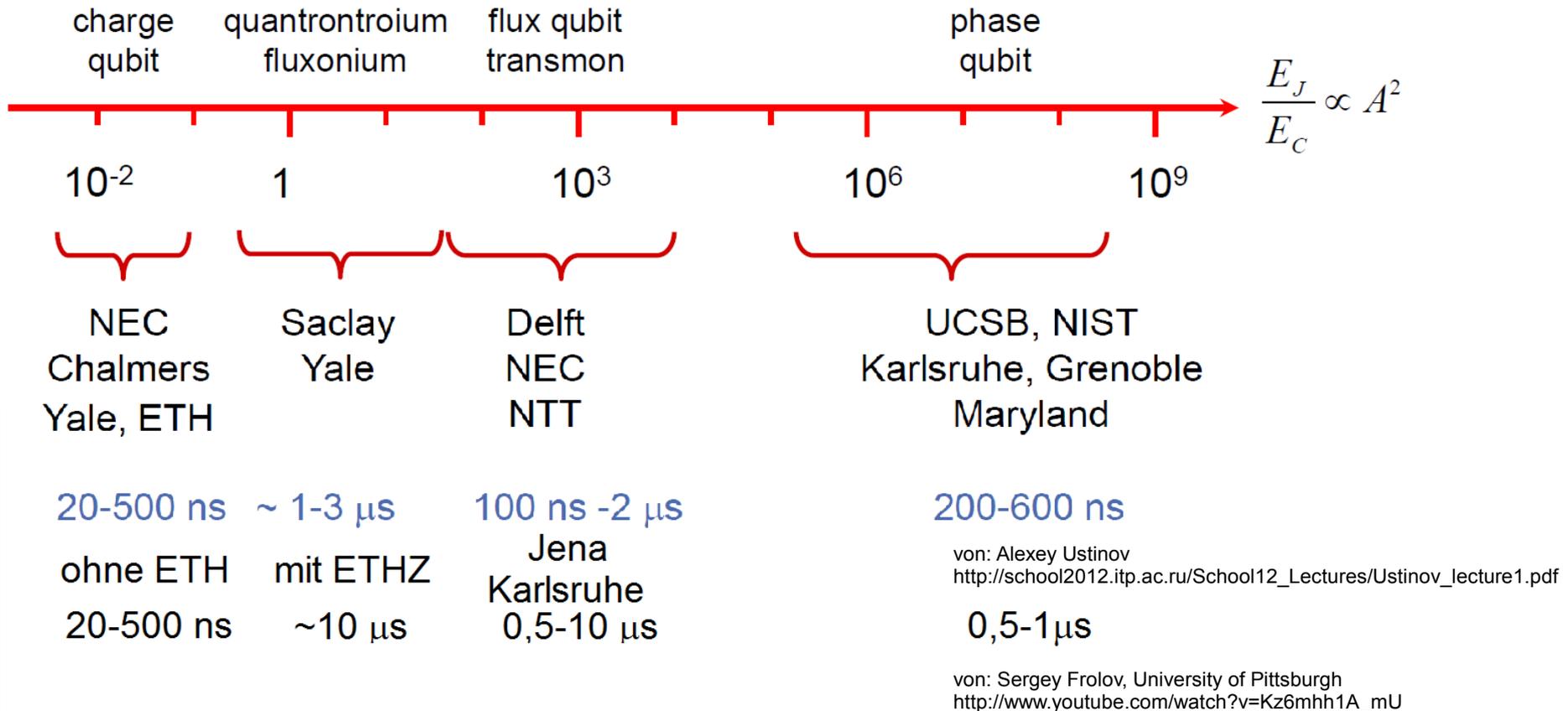


NIST
UCSB
Karlsruhe
Maryland

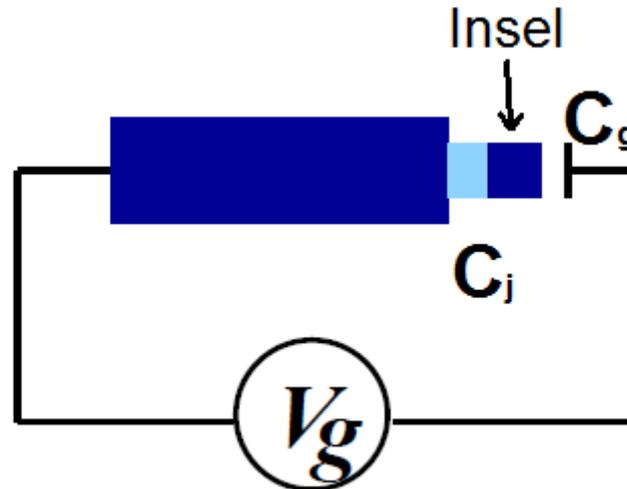
von: Alexey Ustinov
http://school2012.itp.ac.ru/School12_Lectures/Ustinov_lecture1.pdf

Josephson-Kontakt Qubits

für gewähltes I_c hängt das Verhältnis E_J/E_C nur von der Kontaktfläche A ab:



Schaltkreis der SCB



aus: Superconducting Quantum Circuits, Qubits and Computing; von Wendin und Shumeiko

$$\hat{H} = E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}$$

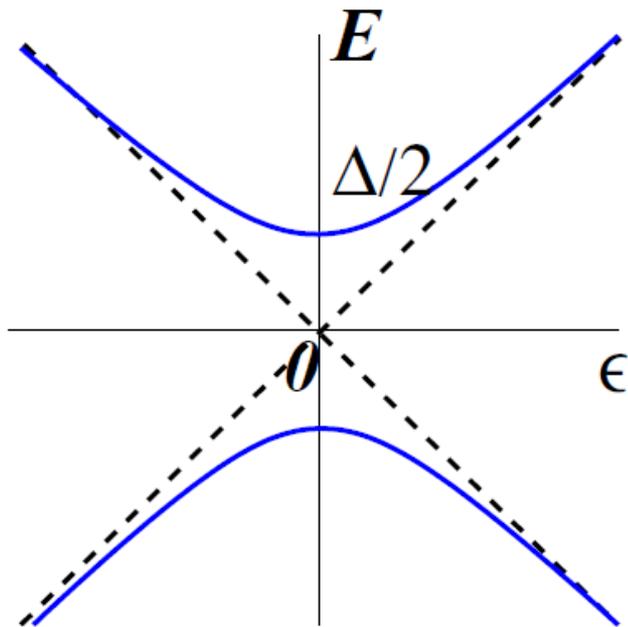
$$n_g = -\frac{C_g V_g}{2e} \quad C_\Sigma = C_j + C_g$$

$$E_J = \frac{\hbar}{2e} I_C \quad E_C = \frac{(2e)^2}{2C_\Sigma}$$

$$\text{Charge Regime:} \quad E_C \gg E_J$$

Hamiltonoperator in Zwei-Zustands-Basis

Den Qubit-Hamiltonoperator erhält man durch Projektion auf den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand $|0\rangle, |1\rangle$:



$$H = -\frac{1}{2}(\epsilon\sigma_Z + \Delta\sigma_X)$$

$$\epsilon = E_C(1 - 2n_g) \quad \Delta = E_J$$

$$E_{1,2} = \mp \frac{1}{2} \sqrt{E_C^2(1 - 2n_g)^2 + E_J^2}$$

aus: Superconducting Quantum Circuits, Qubits and Computing;
von Wendin und Shumeiko

$$\text{Sweet Spot : } n_g = \frac{1}{2} \text{ mit } \epsilon(n_g = \frac{1}{2}) = 0$$

Anharmonizität → keine äquidistanten Energielevel

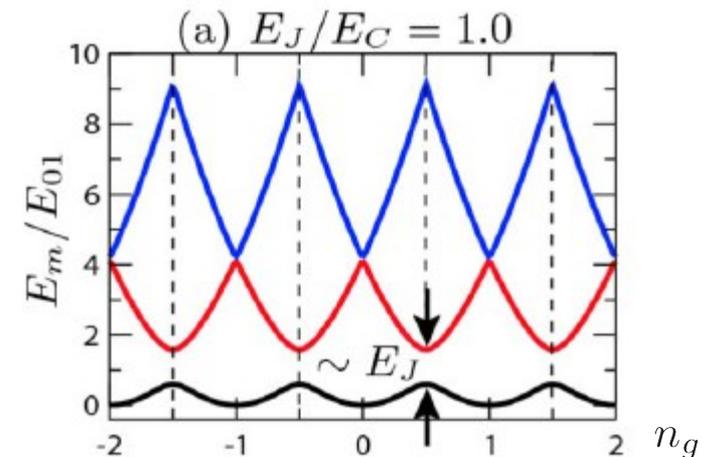
Ladungsdispersion → zeigt Abhängigkeit der Energielevelabstände von n_g

Vorteile:

- starke Anharmonizität der Energielevel
- gute Kopplung an el.-magn. Felder

Nachteile:

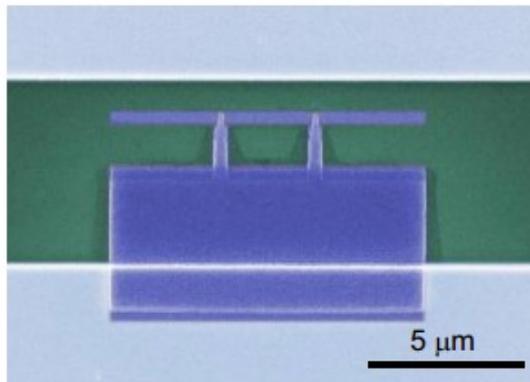
- sehr anfällig gegen Ladungsrauschen → Sweet Spot notwendig
- Ladungsfluktuationen verursachen schnelles Verlassen des Sweet Spots
- starke Dekohärenz



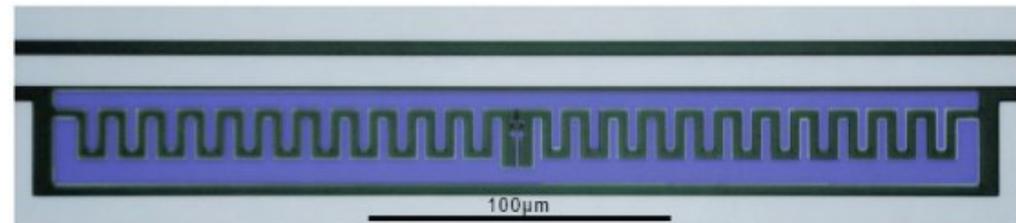
aus: Charge-insensitive qubit derived from the Cooper pair box; von Koch et al.

- Verringerung der Ladungsdispersion
- Erhaltung der Anharmonizität
- Steigerung der Unempfindlichkeit gegenüber Ladungsrauschen
- Empfindlichkeit gegenüber anderen Rauschquellen soll der der CPB entsprechen

CPB

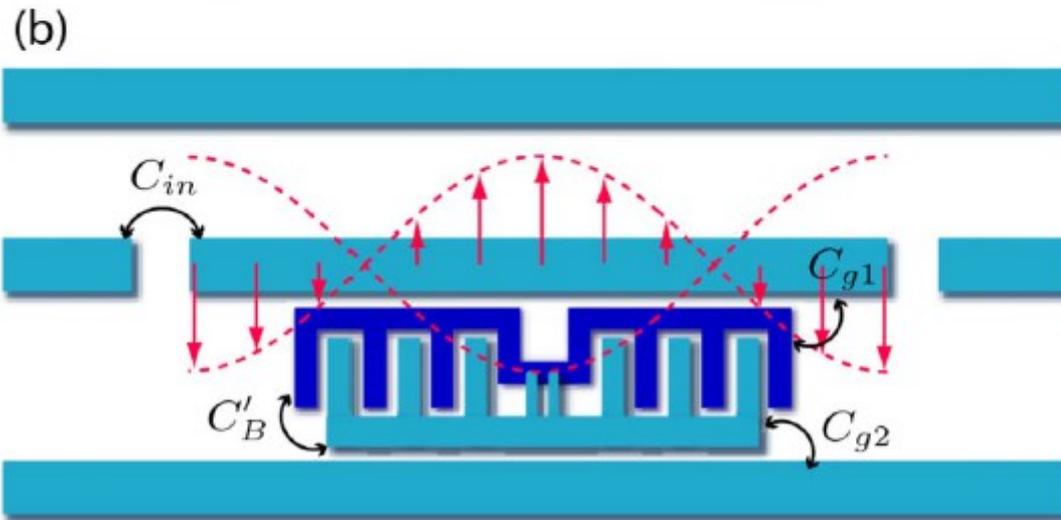
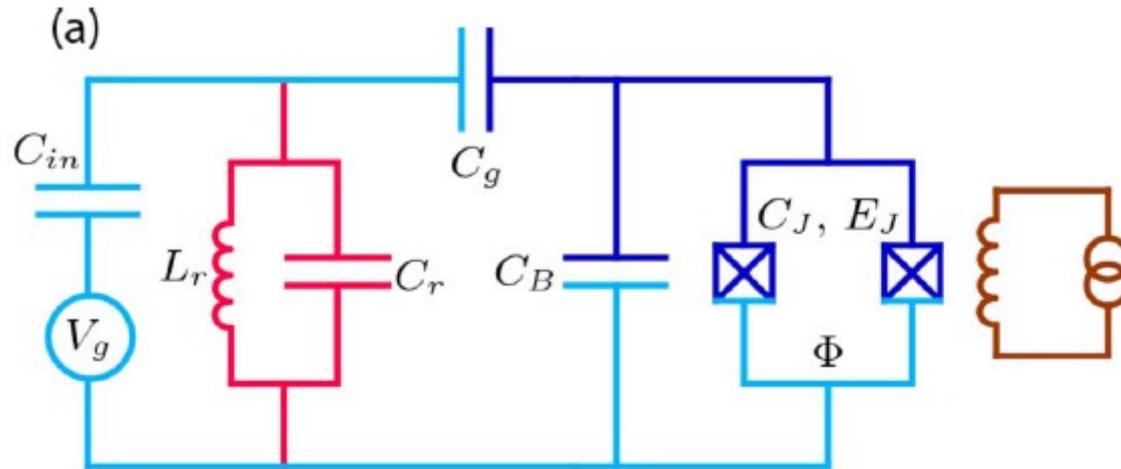


Transmon



von: Andreas Wallraff
http://www.qudev.ethz.ch/content/QSIT12/QSIT12_Super_L02.pdf

Schaltkreis



aus: Charge-insensitive qubit derived from the Cooper pair box; von Koch et al.

$$\hat{H} = E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}$$

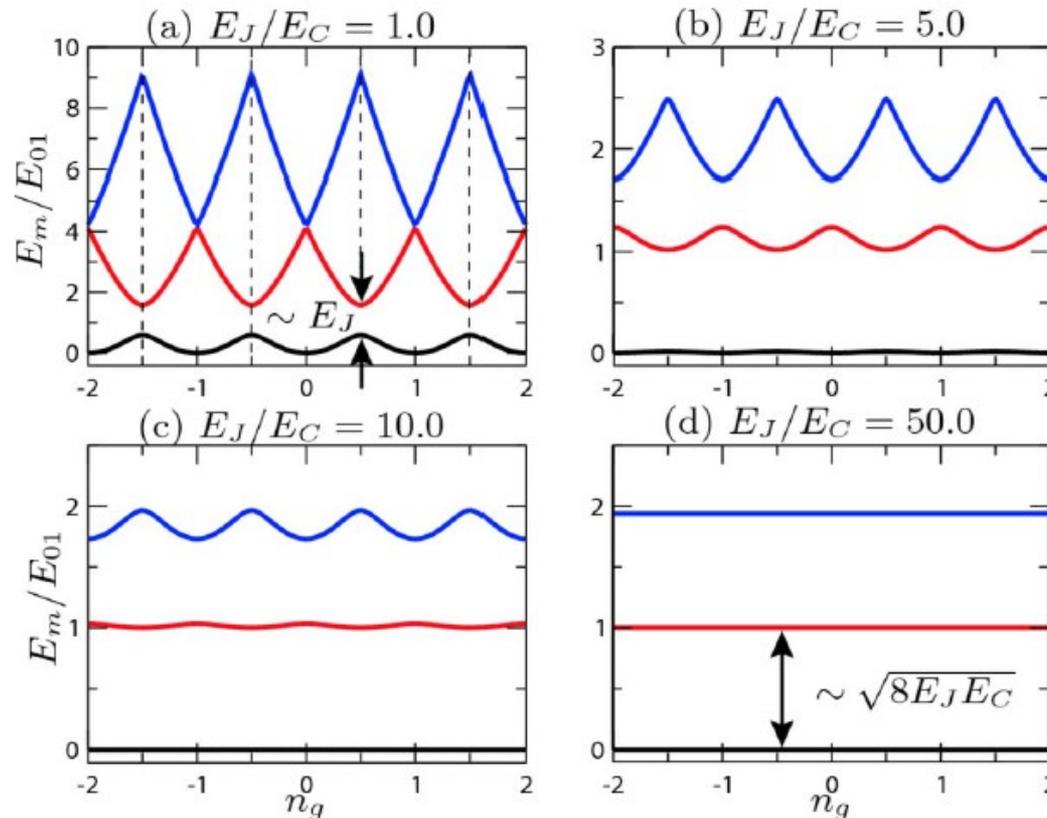
$$n_g = \frac{Q_r}{2e} + \frac{C_g V_g}{2e}$$

$$E_C = \frac{(2e)^2}{2C_\Sigma} \quad C_\Sigma = C + C_B + C_g \quad E_J = \frac{\hbar}{2e} I_C$$

Transmon Regime: $E_C \ll E_J$

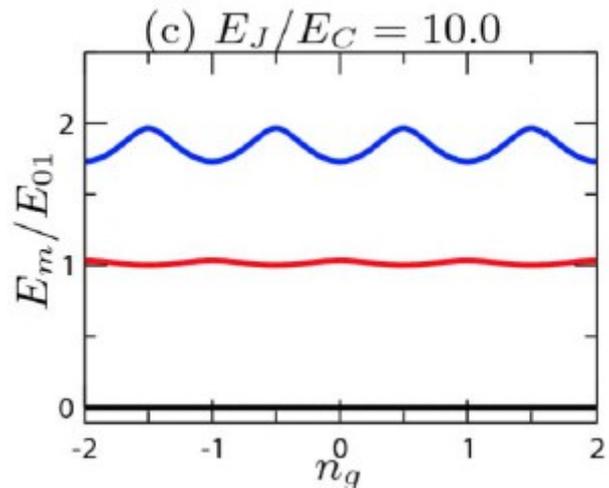
Vergleiche CPB: $E_C \gg E_J$

Hamiltonoperator und Transmonregime



- Anharmonizität sinkt mit steigendem Verhältnis von $\frac{E_J}{E_C}$
- Die Energien sind für großes $\frac{E_J}{E_C}$ fast unabhängig von n_g

Ladungsdispersion



m -tes Energielevel des Transmons im Fall des Transmonregime ($E_J \gg E_C$)

$$E_m(n_g) \approx E_m(n_g = \frac{1}{4}) - \frac{\epsilon_m}{2} \cos(2\pi n_g)$$

mit:

$$\epsilon_m \equiv E_m(n_g = \frac{1}{2}) - E_m(n_g = 0)$$

aus: Charge-insensitive qubit derived from the Cooper pair box; von Koch et al.

Der Peak-to-Peak-Wert der Ladungsdispersion wird mithilfe der WKB-Näherung bestimmt:

$$\epsilon_m \approx (-1)^m E_C \frac{2^{4m+5}}{m!} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{E_J}{2E_C} \right)^{\frac{m}{2} + \frac{3}{4}} e^{-\sqrt{8E_J/E_C}}$$

Anharmonizität und Ladungsdispersion

Hamiltonoperator mit quartischer Störung:

$$\hat{H} \approx 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J\left(1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi^4}{24}\right)$$

(Tafelanschrieb.pdf)

$$E_m \approx -E_J + \sqrt{8E_C E_J}\left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{E_C}{12}(6m^2 + 6m + 3)$$

$$\rightarrow \text{Dispersion} \propto e^{-\sqrt{8E_J/E_C}}$$

$$\rightarrow \text{Anharmonizität} \propto \left(\frac{E_J}{E_C}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow \text{Transmonregime: } 20 \leq \frac{E_J}{E_C} \ll 5 \cdot 10^4$$

Dekohärenz

vgl. Spin-1/2 Teilchen:

$$H = -\frac{B_z}{2} \sigma_z - \frac{\delta \vec{B}(t)}{2} \vec{\sigma}$$

Dichtematrix:

$$\hat{\rho}(0) = \begin{pmatrix} \rho_{\uparrow\uparrow}(0) & \rho_{\uparrow\downarrow}(0) \\ \rho_{\downarrow\uparrow}(0) & \rho_{\downarrow\downarrow}(0) \end{pmatrix}$$

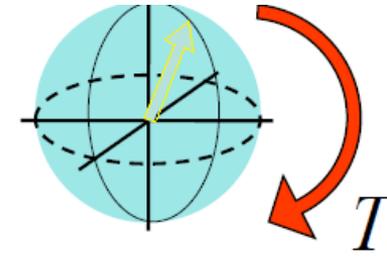
Liouville-Gleichung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\rho, H]$$

Longitudinale Fluktuation → Dephasierung

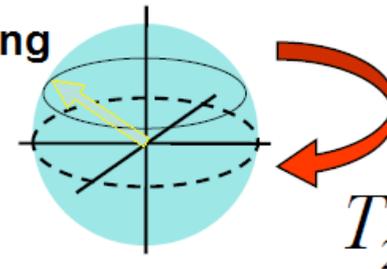
$$\hat{\rho}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{\uparrow\uparrow}(0) & \rho_{\uparrow\downarrow}(0) \cdot e^{-\Gamma_2^* t} \\ \rho_{\downarrow\uparrow}(0) \cdot e^{-\Gamma_2^* t} & \rho_{\downarrow\downarrow}(0) \end{pmatrix}$$

Relaxation



θ
ändert sich

Dephasierung



ϕ
ändert sich

von: Alexey Ustinov
http://school2012.itp.ac.ru/School12_Lectures/Ustinov_lecture1.pdf

Dekohärenz

Relaxationsrate

$$\Gamma_1 = \frac{1}{T_1}$$

Dephasierungsrate

$$\Gamma_2^* = \frac{1}{T_2^*}$$

Dekohärenzrate

$$\Gamma_2 = \frac{1}{T_2}$$

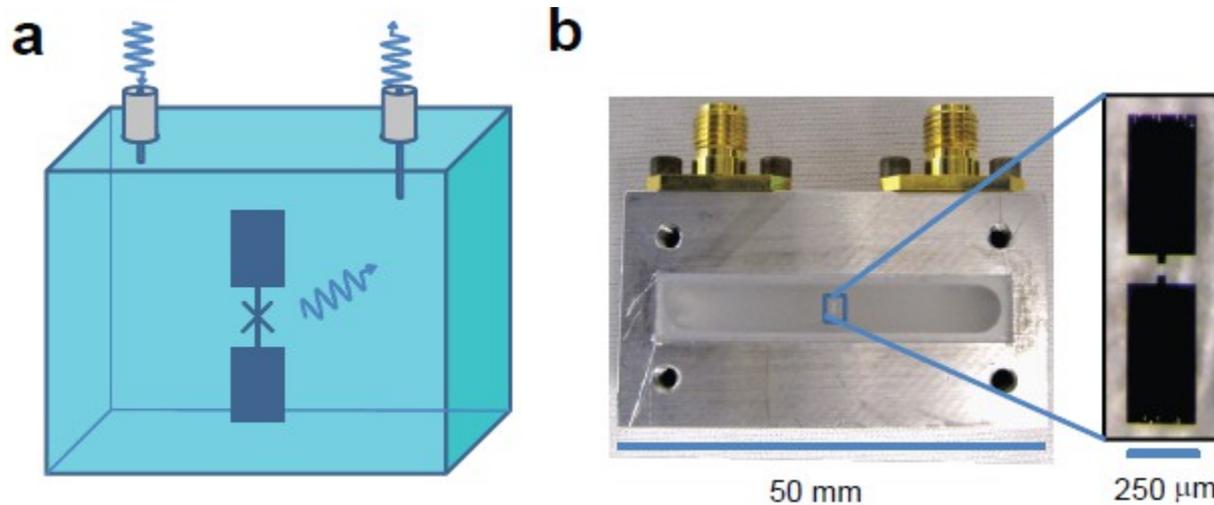
$$\Gamma_2 = \Gamma_2^* + \frac{1}{2}\Gamma_1$$

| Noise source | 1/f amplitude | Transmon | CPB |
|------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|
| | | $E_J/E_C=85$ T_2 (ns) | $E_J/E_C=1$ T_2 (ns) |
| Charge | $A=10^{-4}-10^{-3}e$ | 400 000 | 1 000^a |
| Flux | $A=10^{-6}-10^{-5}\Phi_0$ | 3 600 000 ^a | 1 000 000 ^a |
| Critical current | $A=10^{-7}-10^{-6}I_0$ | 35 000 | 17 000 |

^a Werte aufgenommen an einem Sweet Spot

aus: Charge-insensitive qubit derived from the Cooper pair box; von Koch et al.

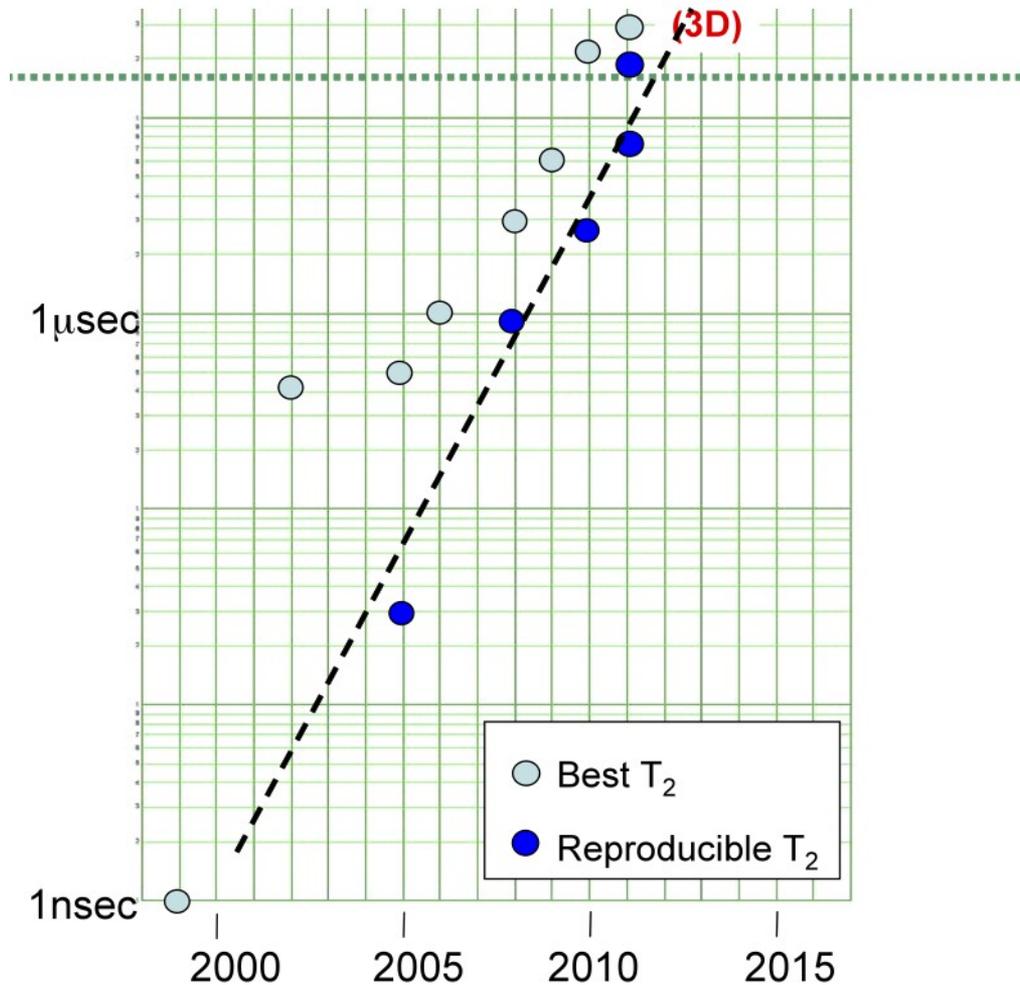
Experiment



| <i>qubit</i> (<i>cavity</i>) | f_{01} (GHz) | E_J (GHz) | E_C (GHz) | $g/2\pi$ (MHz) | $g^2/2\pi\delta$ (MHz) | f_c (GHz) | Q_c ($\times 10^3$) | T_1 (μs) | T_2 (μs) | T_{echo} (μs) |
|-----------------------------------|-------------------|----------------|----------------|-------------------|---------------------------|----------------|----------------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|
| J1 (D) | 6.808 | 21.1 | 0.301 | 138 | 15.9 | 8.0035 | 340 | 60 | 18 | 25 |
| J1a (D) | 6.769 | 21.0 | 0.301 | 140 | 15.8 | 8.00375 | 340 | 50 | 20 | 24 |
| J2 (C) | 7.772 | 28.6 | 0.292 | 152 | 99.8 | 8.0020 | 360 | 25 | 15 | 21 |
| J3 (B) | 7.058 | 22.5 | 0.304 | 141 | 21.5 | 7.9835 | 320 | 42 | 12 | 12 |
| S (D) | 7.625 | 34.4 | 0.227 | 136 | 48.2 | 8.01065 | 340 | 35 | 7.3 | 11 |
| Sa (A) | 7.43 | 32.5 | 0.228 | 123 | 24.1 | 8.06169 | 100 | 20 | 6 | 8 |

aus: Observation of high coherence in Josephson junction qubits measured in a three-dimensional circuit QED architecture von Paik et al.

Fazit



von: Matthias Steffen, IBM T.J. Watson Research Center
<http://physics.aps.org/articles/v4/103>

- J. Koch et al., Phys. Rev. A 76, 042319 (2007)
- G. Wendin, V.S. Shumeiko, arXiv:cond-mat/0508729
- H. Paik et al., arXiv:1105.4652v4
- G. Ithier et al., Phys. Rev. B72, 134519 (2005)