



NATURE NEWS BLOG

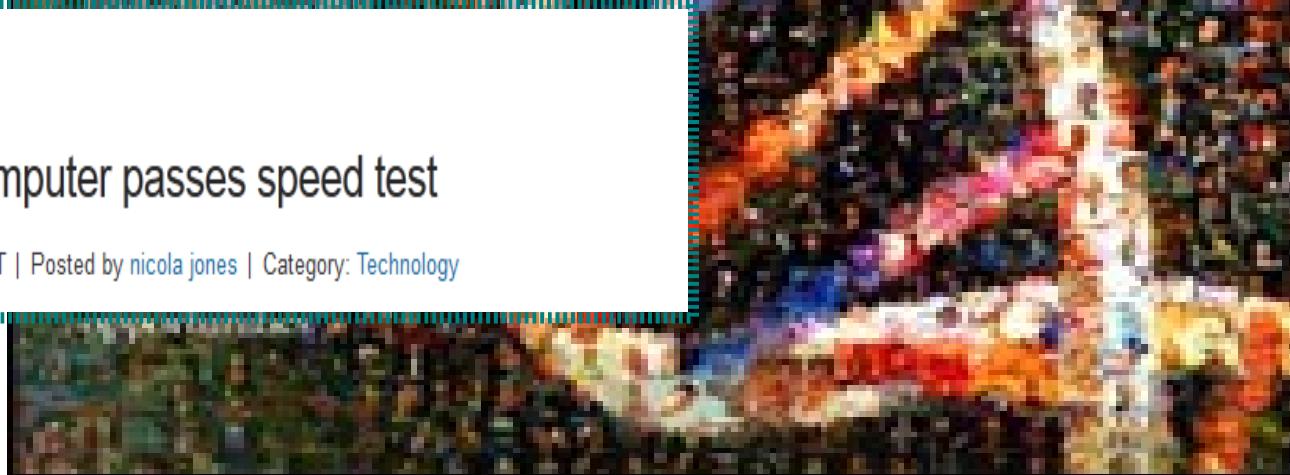
D-Wave quantum computer solves protein folding problem

17 Aug 2012 | 18:26 BST | Posted by Geoffrey Brumfiel | Category: Physics & Mathematics

NATURE NEWS BLOG

Quantum computer passes speed test

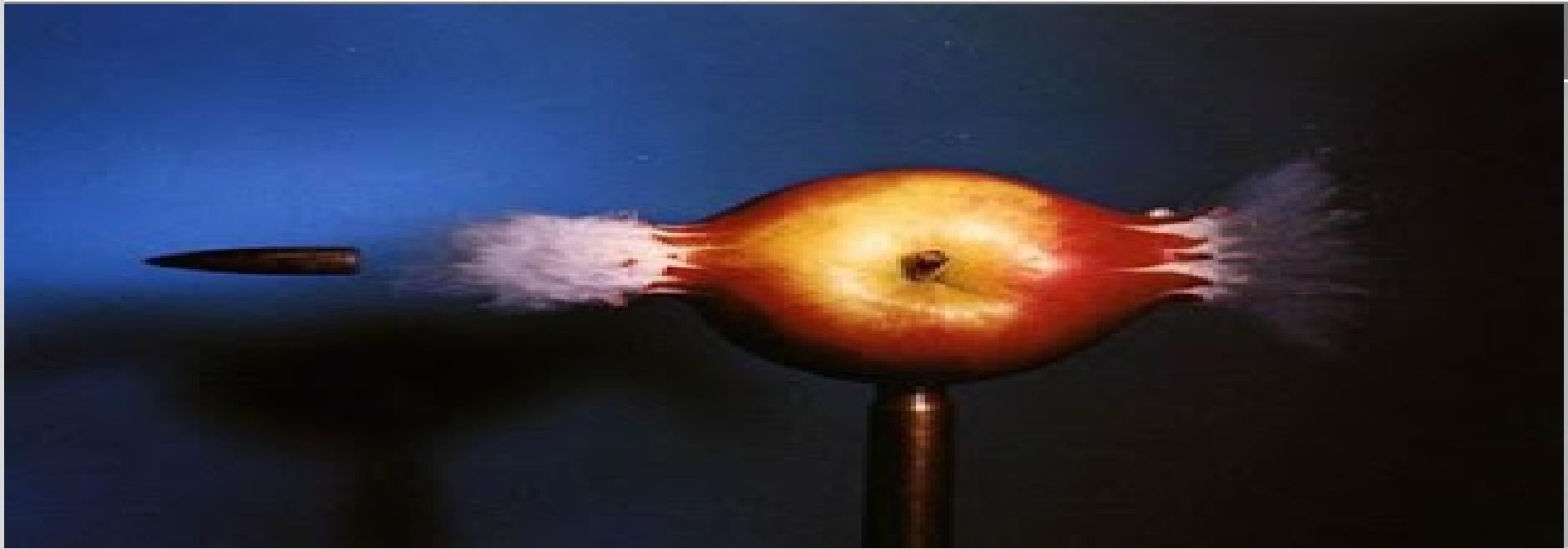
09 May 2013 | 20:24 BST | Posted by Nicola Jones | Category: Technology



Adiabatisches Quanten Computing

Hauptseminar-Vortrag von: Matthias Hecker

Datum 25.06.2013



Gliederung

1. Adiabatisches Theorem

2. AQC

1. Vorgehensweise

2. Bsp. SAT

3. Laufzeit T

4. Grover-Algorithmus

5. Firma D-Wave

Gliederung

1. **Adiabatisches Theorem**

2. AQC

1. Vorgehensweise

2. Bsp. SAT

3. Laufzeit T

4. Grover-Algorithmus

5. Firma D-Wave

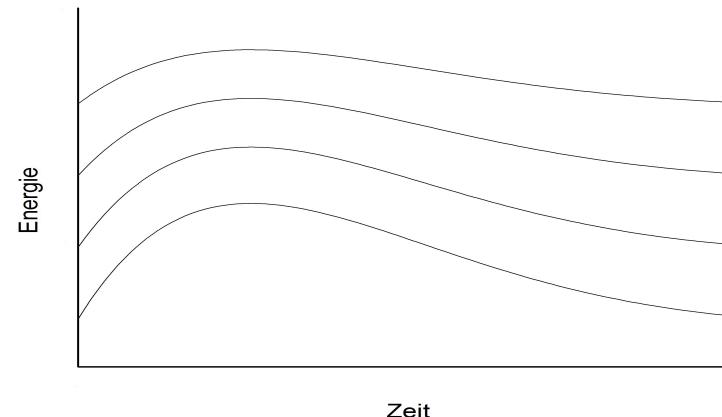
Adiabatisches Theorem

- Änderung des Hamiltonop. unendlich langsam
- → System befindet sich immer im instantanen Eigenzustand

$$H(t_0) |n(t_0)\rangle = E_n(t_0) |n(t_0)\rangle$$

Wesentliches:

- Keine Sprünge zwischen Energilevel
- Speziell Grundzustand bleibt Grundzustand



Gliederung

1. Adiabatisches Theorem

2. **AQC**

1. **Vorgehensweise**

2. **Bsp. SAT**

3. Laufzeit T

4. Grover-Algorithmus

5. Firma D-Wave

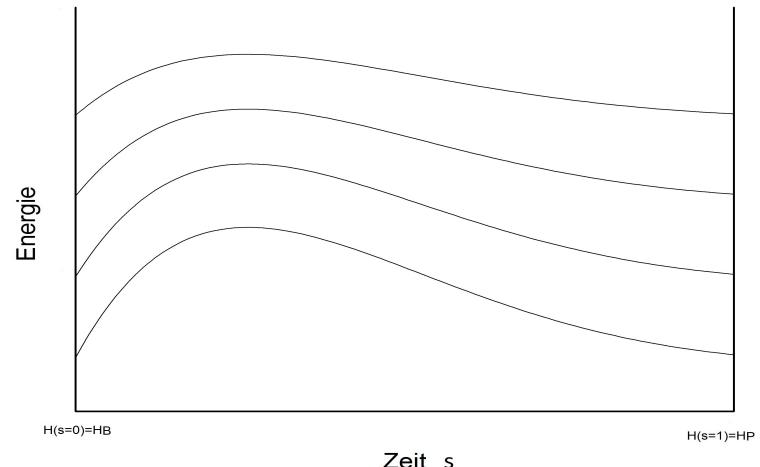
4 Schritte:

- 1) Anfangshamilton H_B mit bekanntem Grundzustand $|\psi_0(s=0)\rangle$
- 2) Problemhamilton H_P
- 3) Laufzeit T (später mehr)
- 4) Messung von z_1, \dots, z_n

$$H(t) = (1 - \frac{t}{T})H_B + (\frac{t}{T})H_P$$

bzw.:

$$\tilde{H}(s) = (1 - s)H_B + sH_P$$



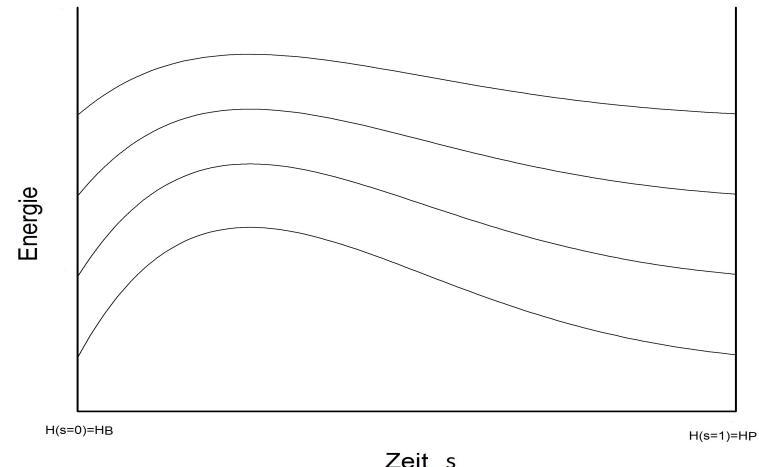
4 Schritte:

- 1) **Anfangshamilton H_B mit bekanntem Grundzustand $|\psi_0(s=0)\rangle$**
- 2) Problemhamilton H_P
- 3) Laufzeit T (später mehr)
- 4) Messung von z_1, \dots, z_n

$$H(t) = (1 - \frac{t}{T})H_B + (\frac{t}{T})H_P$$

bzw.:

$$\tilde{H}(s) = (1 - s)H_B + sH_P$$



Anfangs-Hamilton (H_B)

- Wähle H_B so:

$$H_B = \sum_{z \neq \{0^n\}} |\hat{z}\rangle \langle \hat{z}|$$

$$|\hat{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|\hat{1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

mit Grundzustand: $|\psi_0\rangle = |\hat{0}_1, \hat{0}_2, \dots, \hat{0}_n\rangle$

- Für 1 Qubit (n=1):

$$H_B = |\hat{1}\rangle \langle \hat{1}| = \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)(\langle 0| - \langle 1|) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Anwendung auf 3SAT (H_B)

- Beispiel 1 Qubit mit einer Bedingung:

Hamilton:
$$H_B = \frac{1}{2}(1 - \sigma_x) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Grundzustand:
$$|\psi_0(s=0)\rangle = |\hat{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

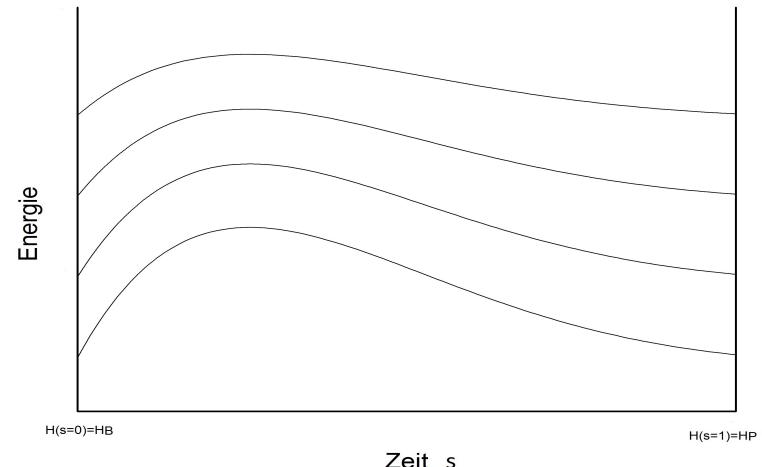
4 Schritte:

- 1) Anfangshamilton H_B mit bekanntem Grundzustand $|\psi_0(s=0)\rangle$
- 2) **Problemhamilton H_P**
- 3) Laufzeit T (später mehr)
- 4) Messung von z_1, \dots, z_n

$$H(t) = (1 - \frac{t}{T})H_B + (\frac{t}{T})H_P$$

bzw.:

$$\tilde{H}(s) = (1 - s)H_B + sH_P$$



Satisfiability (Erfüllbarkeit)

- Erstes bekanntes NP-Complete Problem
- Können alle Bedingungen erfüllt werden ?

(X_1 or X_2 or \overline{X}_3)

(\overline{X}_1 or \overline{X}_2 or X_3)

(\overline{X}_1 or \overline{X}_2 or \overline{X}_3)

(\overline{X}_1 or X_2 or X_3)

Anwendung auf 3SAT (H_P)

- Für jede Bedingung C: Energiefunktion h_C
Hamilton $H_{P,C}$

so, dass gilt: $H_{P,C} |z_1, z_2, \dots, z_n\rangle = h_C(z_i, z_j, z_k) |z_1, z_2, \dots, z_n\rangle$

mit $h_C(z_i, z_j, z_k) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } (z_i, z_j, z_k) \text{ erfüllen Bed. C} \\ 1, & \text{wenn } (z_i, z_j, z_k) \text{ verletzen Bed. C} \end{cases}$

$$\rightarrow H_P = \sum_C H_{P,C}$$

Anwendung auf 3SAT (H_P)

- Einfachstes Problem: 1 Qubit + 1 Bedingung C

- Bedingung sei:
$$h_C(z) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } z = 1 \\ 1, & \text{wenn } z = 0 \end{cases}$$

$$\longrightarrow H_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Hier: Grundzustand $|\psi_0\rangle = |1\rangle$ bereits bekannt. I.A. jedoch nicht.

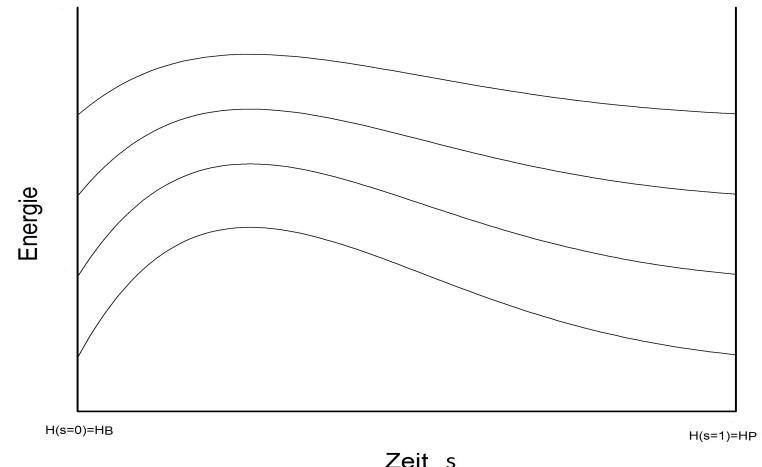
4 Schritte:

- 1) Anfangshamilton H_B mit bekanntem Grundzustand $|\psi_0(s=0)\rangle$
- 2) Problemhamilton H_P
- 3) **Laufzeit T (später mehr)**
- 4) **Messung von z_1, \dots, z_n**

$$H(t) = (1 - \frac{t}{T})H_B + (\frac{t}{T})H_P$$

bzw.:

$$\tilde{H}(s) = (1 - s)H_B + sH_P$$

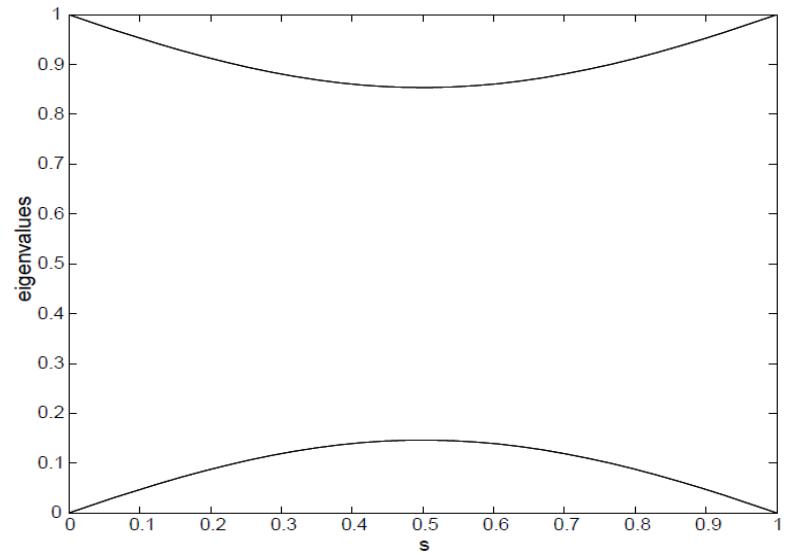


Anwendung auf 3SAT (Energielevel)

- Ziel: Eigenwerte von $\tilde{H}(s)$

$$\tilde{H}(s) = (1-s)H_B + sH_P = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+s & -1+s \\ -1+s & 1-s \end{pmatrix}$$

→ $E_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + 2(s^2 - s)}$



Gliederung

1. Adiabatisches Theorem

2. AQC

1. Vorgehensweise

2. Bsp. SAT

3. *Laufzeit T*

4. Grover-Algorithmus

5. Firma D-Wave

Laufzeit T

- Kriterium:

$$T \gg \frac{\langle 0 | \frac{d\tilde{H}}{ds} | 1 \rangle}{g_{min}^2}$$

Ordnung eines typischen Eigenwertes. Nicht zu groß.

Ausschlaggebend.
I.A. schwer analytisch zu bestimmen.

- Probleme wenn $g_{min} \propto a^{-N}$ (anti-crossing)
oder gar $g_{min}=0$ (level crossing)

Level Crossing

- $E_1(s) = E_0(s)$
- Allg. 2×2 Hamilton:

$$\tilde{H}(s) = \begin{pmatrix} a(s) & c(s) + id(s) \\ c(s) - id(s) & b(s) \end{pmatrix}$$

a=b
c=d=0

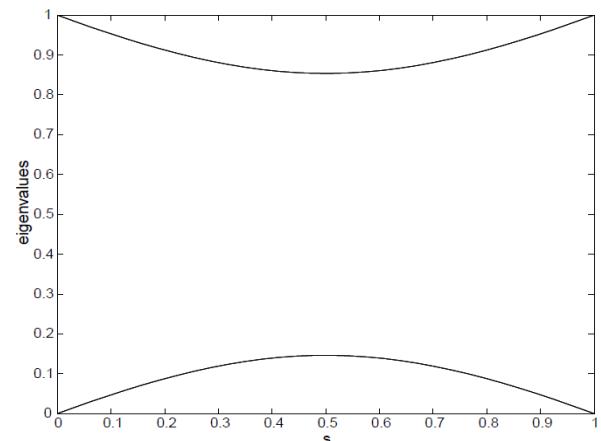
Wahrscheinlich
nur für
Symmetrien

- Bsp $[H, \sigma_x] = 0 \rightarrow a=b$ und $d=0$
- Auch für $N \times N$ Hamilton: keine Symmetrie
 \rightarrow kein Level Crossing

Rechtfertigung für H_B -Wahl

- Wir wählten: $H_B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

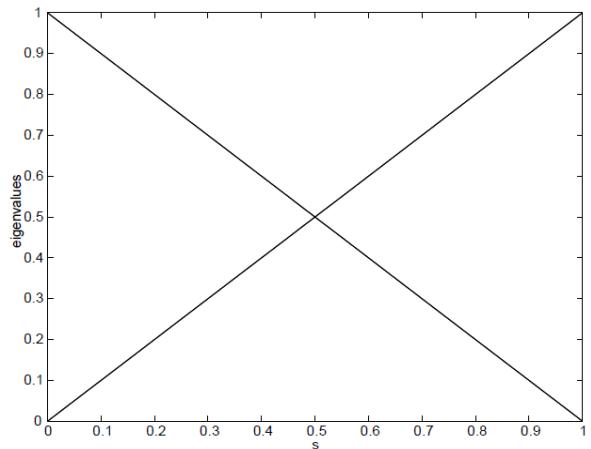
→ $\tilde{H}(s) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+s & -1+s \\ -1+s & 1-s \end{pmatrix}$



- Hätten wir beispielsweise gewählt:

$$H'_B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

→ $\tilde{H}(s) = \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & 1-s \end{pmatrix}$

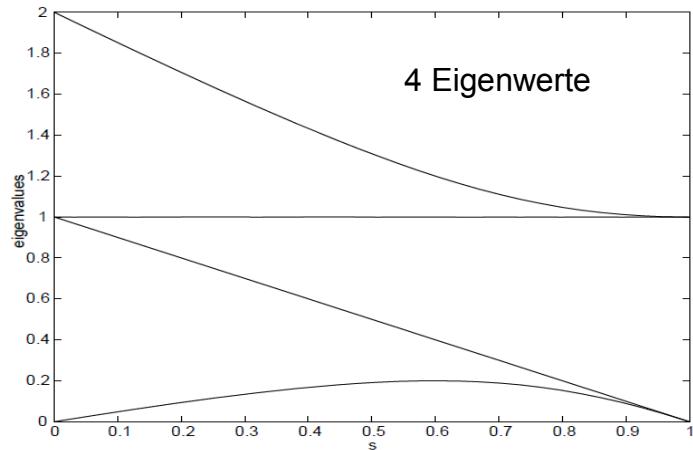


Quelle: Ref.: Quantum Computation by Adiabatic Evolution (Edward Farhi, Jeffrey Goldstone, Sam Gutmann, Michael Sipser) Jan.2000

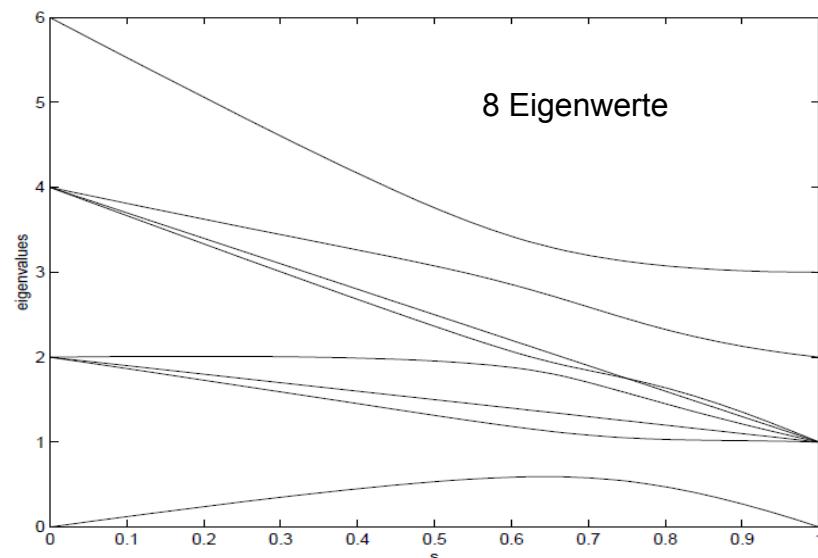
2SAT mit mehreren Qubits und Bed. 'Disagree'

- 2-Qubit Disagree:

$$h_C(z_1, z_2) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } |01\rangle \text{ oder } |10\rangle \\ 1, & \text{wenn } |00\rangle \text{ oder } |11\rangle \end{cases}$$



- 3-Qubit auf einem Ring:



Quelle: Ref.: Quantum Computation by Adiabatic Evolution (Edward Farhi, Jeffrey Goldstone, Sam Gutmann, Michael Sipser) Jan.2000

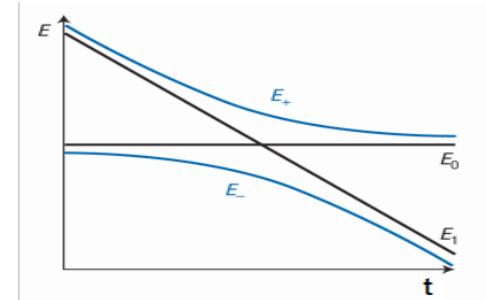
- N-Qubit auf einem Ring (Agree und Disagree):

Man findet: $g_{min} \approx \frac{4\pi}{3N}$ \rightarrow

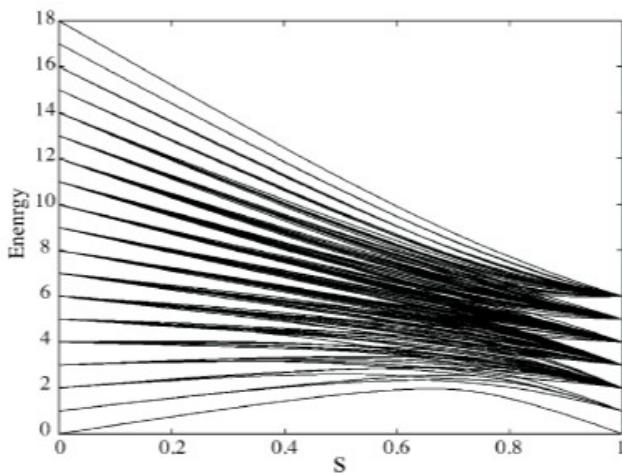
$$T \gg \frac{\langle 0 | \frac{d\tilde{H}}{ds} | 1 \rangle}{g_{min}^2} \approx \frac{O(N)}{O(N^{-2})} = c \cdot N^3$$

Exponentiell kleine Gaps (anti-crossings)

- 2011 Dickson & Amin:
 - Algorithmus zum Eliminieren kleiner Gaps (AQO)
 - Speziell für IsingChain



Quelle: http://www.nature.com/nphys/journal/v1/n2/fig_tab/nphys159_F1.html



Quelle: Robustness of adiabatic quantum computation (Andrew M. Childs, Edward Farhi, John Preskill) 2001

- 7-Qubit Fall von Exact Cover

Gliederung

1. Adiabatisches Theorem

2. AQC

1. Vorgehensweise

2. Bsp. SAT

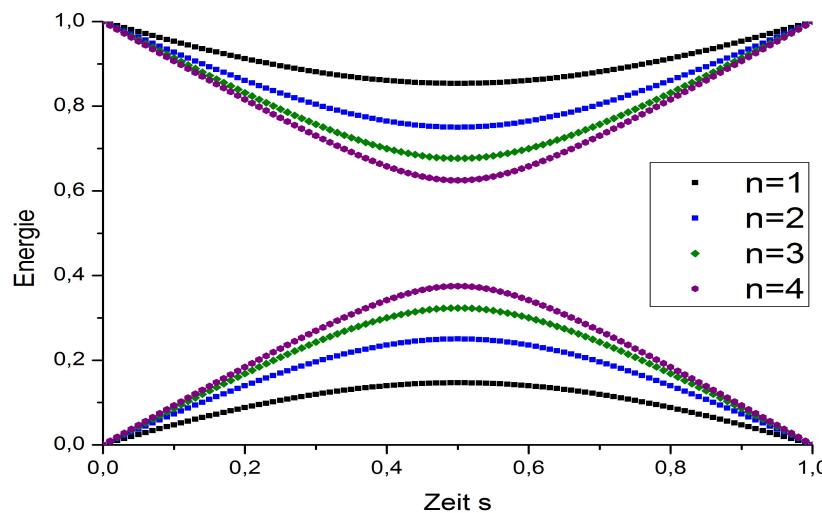
3. Laufzeit T

4. *Grover-Algorithmus*

5. Firma D-Wave

Beispiel Grover-Algorithmus

- Lov Grover (1996)
- Algorithmus durchsucht Datenbank: Klassisch $O(N)$
Grover $O(\sqrt{N})$
- Mögliche Anwendung: Invertierung $y = f(x) \rightarrow x = g(y)$



Gliederung

1. Adiabatisches Theorem

2. AQC

1. Vorgehensweise

2. Bsp. SAT

3. Laufzeit T

4. Grover-Algorithmus

5. *Firma D-Wave*



The Quantum Computing Company™

- Gegründet 1999, Canada
- Ursprünglich Nebenzweig der UBC
- Finanzierte Forschung im Bereich 'Quantum Computing'
 - Zusammenarbeit mit versch. Universitäten
 - viele Veröffentlichungen
- Heute ca. 60 Mitarbeiter

- Welche Art von Quanten ?

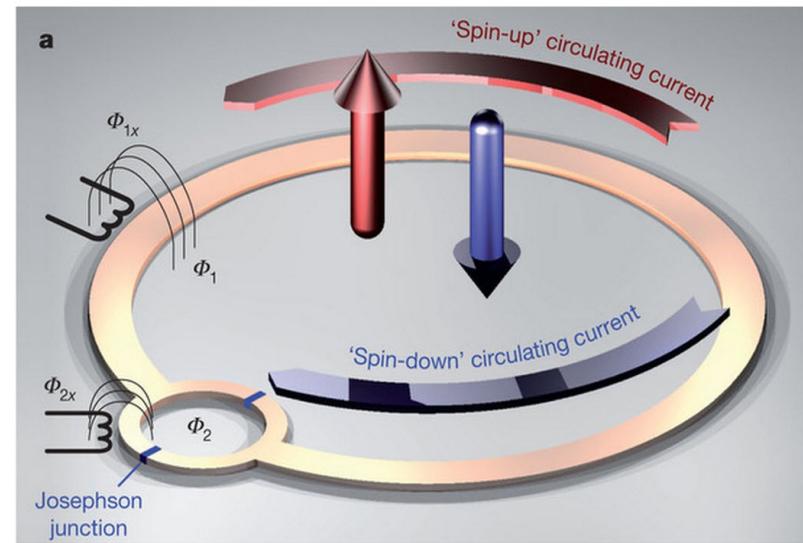
Atome, Flux Qubits, ...

- Welche Methode ?

Circuit Model, AQC (QA), ...

Gründe:

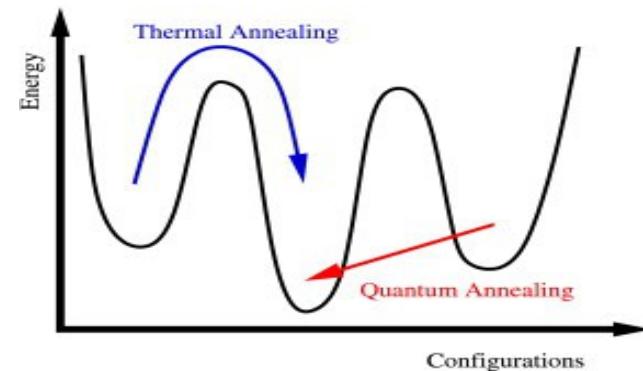
- Halbleiter-Wissen vorhanden zur Fabrikation
- Relativ groß:
 - 1) leichter kontrollierbar
 - 2) Programmierung durch Standard-Signale möglich
- Kritikpunkt: Verschränkung ?!



Quelle: <http://www.kurzweilai.net/lockheed-martin-buys-first-d-wave-quantum-computing-system>

Quantum Annealing

- Gründe:
Grundzustand 'natürlich', im Gegensatz zu instabilen Anregungszuständen

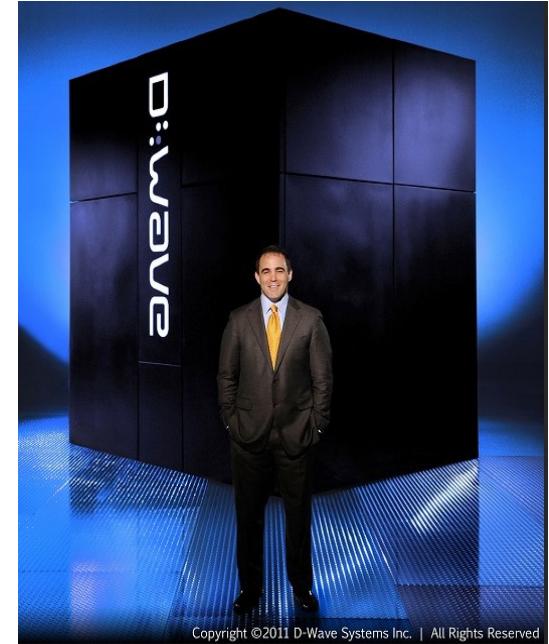


- D-Wave Hydra Prozessoren widmen sich 2D-Ising Modell

$$H = \underbrace{\sum_i h_i \sigma_i^z + \sum_{i,j} J_{ij} \sigma_i^z \sigma_j^z}_{H_p} + \underbrace{\sum_i \Delta_i(t) \sigma_i^x}_H$$

Produkte

- 2007: Prototyp Orion System
-16 Qubit
- 2011: D-Wave One
-Kosten \$10 Mio.
-128 Qubit
-neuer Vertragspartner: Lockheed Martin
- Anf. 2013: D-Wave Two
-512 Qubit
-Investoren: NASA & Google



Dr. Geordie Rose



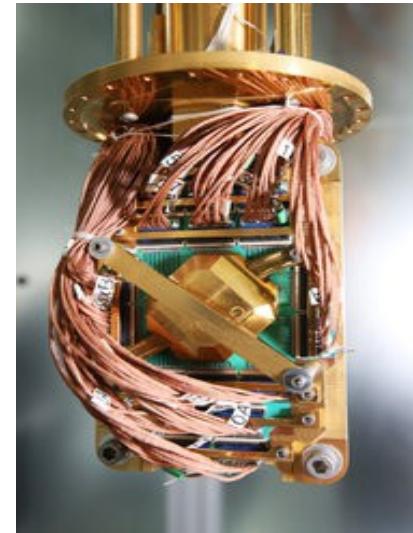
Quelle: <http://www.extremetech.com/extreme/155380-quantum-computer-wins-first-ever-speed-test-against-a-conventional-intel-pc>

FunFact:

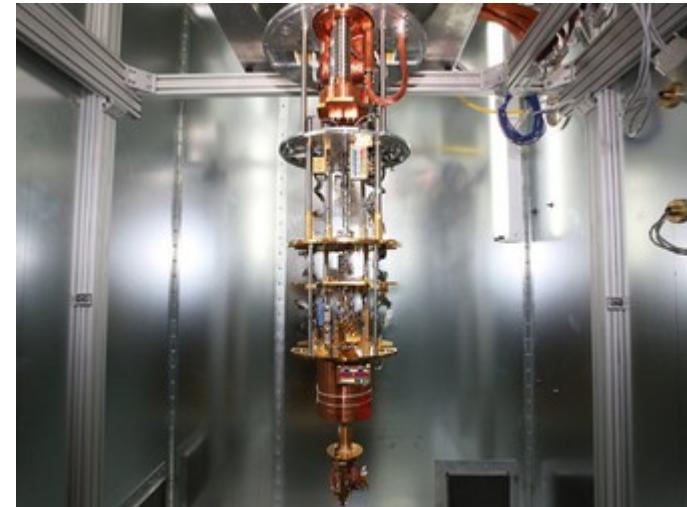
- Patent Portfolio versichert Monopol für weitere mind. 15 Jahre

Quellen

- **Quantum Computation by Adiabatic Evolution**
(Edward Farhi, Jeffrey Goldstone, Sam Gutmann, Michael Sipser) Jan.2000
- **How Powerful is Adiabatic Quantum Computation?**
(Wim van Dam, Michele Mosca, Umesh Vazirani)2002
- **On Quantum Simulators and Adiabatic Quantum Algorithms**
(Sarah Mostame) 2008
- **Robustness of adiabatic quantum computation**
(Andrew M. Childs, Edward Farhi, John Preskill) Aug.2001
- <http://www.dwavesys.com/en/company.html>
- http://en.wikipedia.org/wiki/D-Wave_Systems



Quelle: <http://bits.blogs.nytimes.com/2013/05/08/a-quantum-computer-aces-its-test/>



Quelle: <http://bits.blogs.nytimes.com/?s=a+quantum+computer+aces+its+test>