

Inhaltsverzeichnis

4	Spintronik	2
4.1	Majoritäts- und Minoritätsspin	2
4.2	Tunnel-Magnetowiderstand (TMR)	3
4.2.1	Jullière-Modell	4
4.2.2	Beliebiger Polarisationswinkel	5
4.2.3	Spinakkumulation	6
4.2.4	Spinrelaxation	7
4.3	Riesenmagnetowiderstand (GMR)	7
4.4	Spin-Bahn-Kopplung	8
4.4.1	Spin-Bahn-Kopplung im Festkörper	9
4.4.2	Datta-Das-Transistor	11
4.4.3	Spin-Hall-Effekt	12

Kapitel 4

Spintronik

4.1 Majoritäts- und Minoritätsspin

Die Spintronik (aus den Worten Spin und Elektronik), manchmal auch Spinelektronik genannt, ist ein neues Forschungsgebiet in der Nanoelektronik. Sie nutzt das magnetische Moment des Elektrons, das mit dem Spin verknüpft ist, zur Informationsdarstellung und -verarbeitung und nicht nur dessen Ladung wie in der herkömmliche Elektonik. Ein wichtiges Prinzip ist die Möglichkeit der Spininjektion z. B. von einem Ferromagneten in einen Halbleiter oder metallisches Material. Dadurch werden in den genannten Materialien spinpolarisierte Ströme erzeugt, die mit Betrag und Richtung als zusätzliche Eigenschaften für die Informationsdarstellung genutzt werden können. Unter dem älteren Begriff Magnetelektronik wird ähnliches verstanden, allerdings ist in dem allgemeineren Begriff Spintronik u. a. auch dem Rechnung getragen, dass man Spins nicht nur mit Magnetfeldern, sondern z. B. auch mit elektrischen Feldern manipulieren kann.

Die Spintronik bezieht sich auf *spinabhängigen* elektronischen Transport. Hierbei spielen itinerante Ferromagnete (Bandferromagnete), z. B. Eisen (Fe), Cobalt (Co) oder Nickel (Ni) eine wesentliche Rolle. Am einfachsten ist es, den Magnetismus durch ein Austauschfeld \vec{h} zu beschreiben, so dass der Hamilton-Operator wie folgt lautet

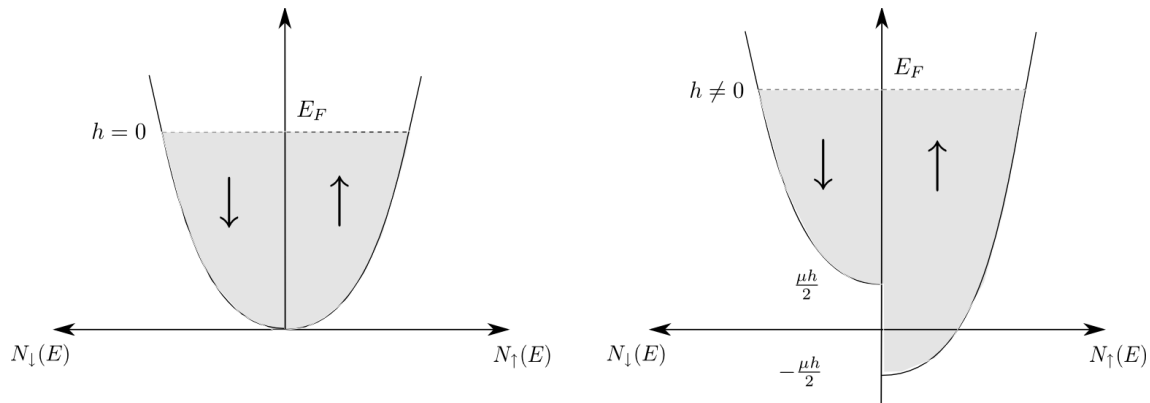
$$H = \frac{p^2}{2m} + U(x) - \frac{\mu}{\hbar} \vec{h} \cdot \vec{S}.$$

Hierbei ist μ das magnetische Moment und $\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$ der Spinoperator, der durch Pauli Matrizen ausgedrückt werden kann

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix}.$$

Aufgrund des Austauschfeldes ist die Zustandsdichte der Elektronen mit Spin parallel bzw. antiparallel zum Austauschfeld verschieden. Für eine energieabhängige Zustandsdichte $N_0(E)$ gilt für die Majoritäts- (M) bzw. Minoritäts-Spins (m)

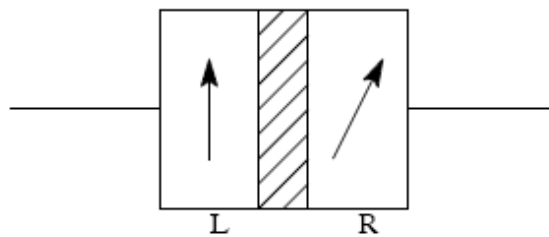
$$N_M(E) = N_0 \left(E + \frac{\mu h}{2} \right) \quad \text{Zustandsdichte für } e^- \text{ mit Spin } \uparrow,$$



$$N_m(E) = N_0 \left(E - \frac{\mu h}{2} \right) \quad \text{Zustandsdichte für } e^- \text{ mit Spin } \downarrow .$$

4.2 Tunnel-Magnetowiderstand (TMR)

Eine Struktur zur Messung des TMR besteht aus zwei Schichten ferromagnetischen Materials, die durch eine dünne Schicht nichtmagnetischen Isolators getrennt sind, durch die die Elektronen hindurchtunneln können. Mit Hilfe eines äußeren Magnetfeldes kann die Richtung des Spins der magnetischen Schichten (in Maßen) unabhängig voneinander gesteuert werden. Wenn die magnetischen Schichten gleich ausgerichtet sind, ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron durch die Isolatorschicht zwischen ihnen tunnelt, größer (und damit der elektrische Widerstand kleiner) als bei nicht paralleler Ausrichtung.



4.2.1 Jullière-Modell

Wir erinnern daran, dass wir in unmagnetischen Systemen ausgehend von einem Tunnel-Hamilton-Operator

$$H = H_L + H_R + \sum_{q,k;\sigma} T_{qk} c_{k\sigma}^\dagger c_{q\sigma} + h.c.$$

den Leitwert

$$\frac{1}{R_T} = G_T = \underbrace{2}_{Spin} \cdot \frac{2\pi e^2}{\hbar} \cdot |T|^2 \cdot N_L N_R$$

erhalten, wobei N_L und N_R die Zustandsdichten der beiden Elektroden an der Fermi-Kante sind und $T = T_{qk}$ als von den Zuständen auf der linken und rechten Seite unabhängig angesehen wurde. Der Spin liefert nur einen Faktor 2.

Der Tunnel-Magnetowiderstand in magnetischen Strukturen kann im Rahmen des sogenannten Jullière-Modells (1975) verstanden werden, welches auf zwei Annahmen basiert.

Erstens nimmt man an, dass der Spin eines Elektrons während des Tunnelvorgangs erhalten ist. Daraus folgt, dass das Tunneln von up- und down-spin-Elektronen zwei unterschiedliche Prozesse sind, der Transport also in den zwei unterschiedlichen Spin-Kanälen auftritt. Das bedeutet, dass Elektronen mit einer Spinausrichtung aus dem ersten ferromagnetischen Film von den ungefüllten Zuständen desselben Spinzustands des zweiten Films aufgenommen werden. Sind beide Filme parallel magnetisiert, tunneln die Minoritäts-Spins zu den Minoritäts-Zuständen sowie die Majoritäts-Spins zu den Majoritäts-Zuständen. Bei antiparalleler Magnetisierung der Schichten tunneln die Majoritäts-Spins des ersten Films zu den Minoritäts-Zuständen des zweiten Films und umgekehrt.

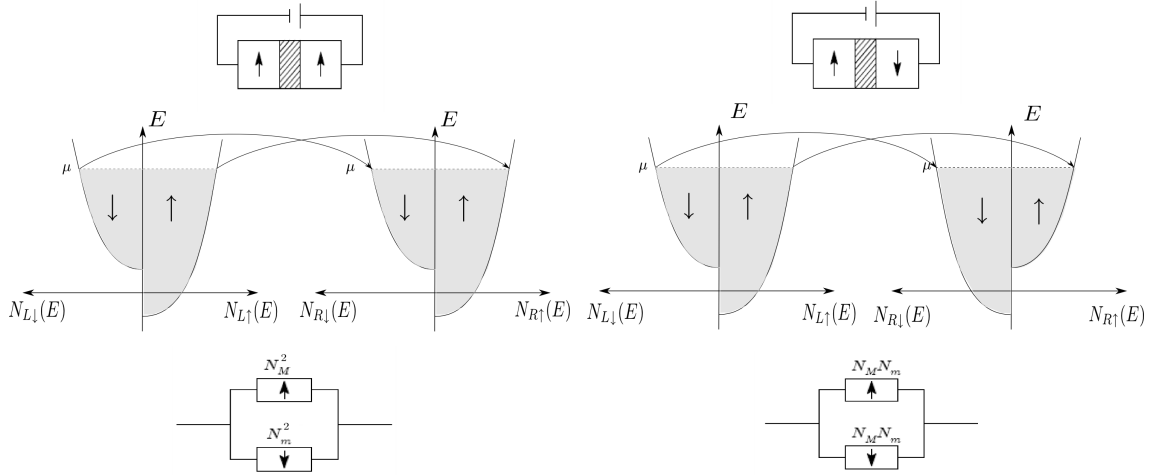


Abbildung 4.1: Tunneln zwischen parallel und antiparallel orientierten Ferromagneten und zugehörige Ersatzschaltbilder.

Zweitens gilt, dass der Leitwert für eine bestimmte Spin-Orientierung proportional zum Produkt der effektiven Zustandsdichten der zwei ferromagnetischen Elektroden ist.

Aus diesen zwei Annahmen ergibt sich der Leitwert für eine parallele (P) bzw. antiparallele (AP) Orientierung der Magnetisierung der beiden Kontakte

$$G^P = \frac{2\pi e^2}{\hbar} |T|^2 \cdot (N_M N_M + N_m N_m) \quad \text{bzw.} \quad G^{AP} = \frac{2\pi e^2}{\hbar} |T|^2 \cdot 2N_M N_m$$

Dabei sind N_M und N_m die (für links und rechts gleich angenommenen) Zustandsdichten der Majoritäts- und Minoritätselektronen an der Fermi-Kante.

Wir definieren die Polarisierung

$$P = \frac{N_M - N_m}{N_M + N_m}$$

Im unmagnetischen System ist $P = 0$, in sogenannten “half metals”, wo an der Fermikante nur Spins mit einer Ausrichtung vorkommen (siehe Bild), nimmt die Polarisierung den Wert $P = 1$ an.¹ Zu beachten ist, dass die so durch die Zustandsdichten an der Fermikante definierte Polarisierung *nicht* die Magnetisierung ist, da sich die Magnetisierung durch die besetzten Zustände unter dem Fermi-Niveau bestimmt wird.

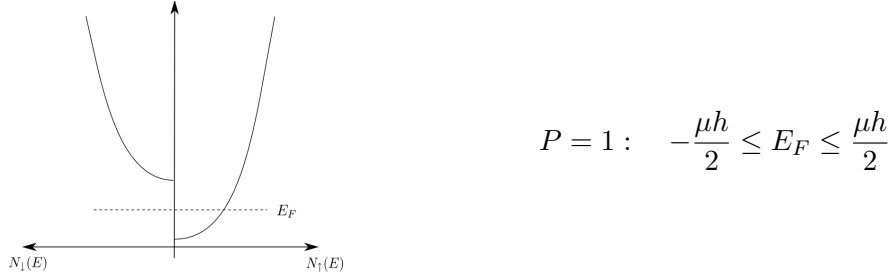


Abbildung 4.2: Zustandsdicht für ein “half metal”.

Damit können wir den Leitwert für parallele und antiparallele Magnetisierung wie folgt ausdrücken

$$G^{P/AP} = \frac{2\pi e^2}{\hbar} |T|^2 \frac{(N_M + N_m)^2 \pm (N_M - N_m)^2}{2} = \bar{G} (1 \pm P^2); \quad \bar{G} = \frac{2\pi e^2}{\hbar} |T|^2 \frac{(N_M + N_m)^2}{2}$$

Schließlich definieren wir den “tunnel magneto resistance” (TMR) und erhalten für ihn im Rahmen des Jülière-Modells

$$\text{TMR} \equiv \frac{G^P - G^{AP}}{G^{AP}} = \frac{R^{AP} - R^P}{R^P} = \frac{2P^2}{1 - P^2}.$$

4.2.2 Beliebiger Polarisationswinkel

Als nächstes wollen wir den Fall von beliebigen Ausrichtungen der Magnetisierungen betrachten, wie dies erstmals 1989 von Slonczewski untersucht wurde [J. C. Slonczewski, Phys. Rev. B **39**, 6995 (1989)]. Wir wollen dabei herausfinden, inwiefern der Polarisationswinkel in die Gleichung für den Leitwert einfließt. Wir nehmen an auf der linken Seite zeigen die Majoritäts- und Minoritätsspins in $\pm z$ -Richtung, dagegen sind sie auf der rechten Seite um einen Winkel ϑ gedreht. Die Drehung ist durch den Operator $U = \exp[i\frac{\vartheta}{2}\sigma_y]$ beschreibbar.

Da der Spin beim Tunneln erhalten bleibt, ist auch der Tunnel-Hamilton-Operator unverändert,

$$H_T = \sum_{q \in L, k \in R, \sigma} T_{qk} c_{k\sigma}^\dagger c_{q\sigma} + h.c.,$$

wobei o.B.d.A. $\sigma = \pm 1$ die Spins in $\pm z$ bezeichnet. Aber auf der rechten Seite sind diese Richtungen nicht die der Majoritäts- und Minoritätsspins. Wir drücken dazu die Majoritäts- $|M_R\rangle$ und Minoritätspinzustände $|m_R\rangle$ auf der rechten Seiten in der Basis in

¹“Half metals” sind also in der Fermienergie komplett spinpolarisiert. Sie sind nicht zu verwechseln mit den Halbmetalle (engl. “semi metals”).

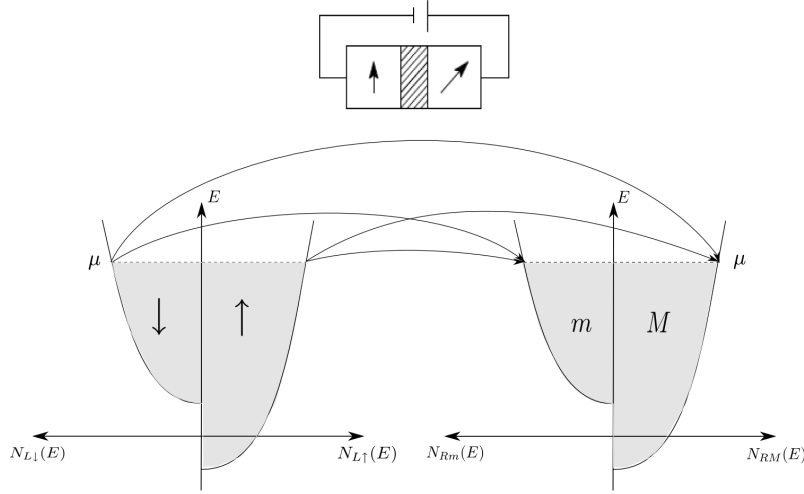


Abbildung 4.3: Tunneln zwischen nicht parallel ausgerichteten Ferromagneten

z-Richtung aus

$$\begin{aligned}
 |M_R\rangle &= \cos \frac{\vartheta}{2} |\uparrow\rangle - \sin \frac{\vartheta}{2} |\downarrow\rangle \\
 |m_R\rangle &= \sin \frac{\vartheta}{2} |\uparrow\rangle + \cos \frac{\vartheta}{2} |\downarrow\rangle
 \end{aligned}$$

Entsprechend schreiben wir die Erzeuger und Vernichter um,

$$\begin{aligned}
 c_{k\uparrow}^\dagger &= \cos \frac{\vartheta}{2} c_{kM}^\dagger + \sin \frac{\vartheta}{2} c_{km}^\dagger \\
 c_{k\downarrow}^\dagger &= -\sin \frac{\vartheta}{2} c_{kM}^\dagger + \cos \frac{\vartheta}{2} c_{km}^\dagger
 \end{aligned}$$

Damit wird der Tunnel-Hamilton-Operator

$$H_T = \sum_{kq} T_{qk} \left(\cos \frac{\vartheta}{2} c_{kM}^\dagger c_{q\uparrow} + \sin \frac{\vartheta}{2} c_{km}^\dagger c_{q\uparrow} - \sin \frac{\vartheta}{2} c_{kM}^\dagger c_{q\downarrow} + \cos \frac{\vartheta}{2} c_{km}^\dagger c_{q\downarrow} \right) + h.c.,$$

und es ergibt sich der Leitwert

$$G = \frac{2\pi e^2}{\hbar} |T|^2 \left(\cos^2 \frac{\vartheta}{2} (N_M^2 + N_m^2) + \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \cdot 2N_M N_m \right) = \bar{G} (1 + P^2 \cos \vartheta).$$

4.2.3 Spinakkumulation

In diesem Abschnitt betrachten wir das Nichtgleichgewichtsphänomen der Spinakkumulation für einen Aufbau, wie er in der Abbildung 4.4 dargestellt ist. Ein nichtmagnetisches Material ist über zwei Tunnelbarrieren an zwei ferromagnetische Elektroden gekoppelt. Wir nehmen an, dass die Barrieren links und rechts gleich sind und unterscheiden die Fälle paralleler und antiparalleler Ausrichtung der Magnetisierungen in den beiden Elektroden.

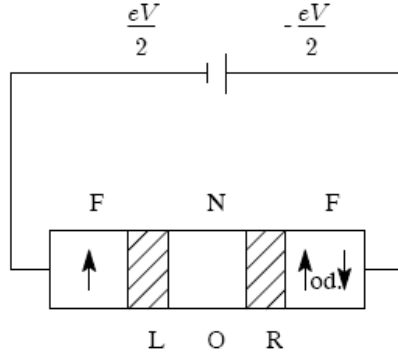


Abbildung 4.4: Versuchsaufbau zur Untersuchung der Spinakkumulation.

Parallele Ausrichtung: Bei paralleler Ausrichtung sind dann die Spannungsabfälle gleich, und wir erhalten

$$I_{\uparrow L} = \alpha N_M N \frac{V}{2}, \quad I_{\uparrow R} = I_{\uparrow L},$$

$$I_{\downarrow L} = \alpha N_m N \frac{V}{2}, \quad I_{\downarrow R} = I_{\downarrow L}.$$

Der Gesamtstrom ist also

$$I^P = \alpha(N_M N + N_m N) \frac{V}{2}.$$

Hier ist N die Zustandsdichte im nichtmagnetischen Material, und wir haben den Parameter $\alpha = \frac{e^2}{h} |T|^2$ eingeführt.

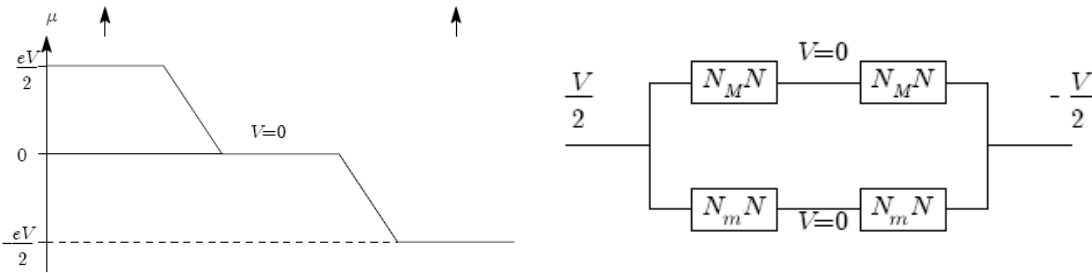


Abbildung 4.5: Spannungsabfall bei paralleler Ausrichtung und zugehöriges Ersatzschaltbild.

Antiparallele Ausrichtung: Bei einer unsymmetrischen Situation müssen wir davon ausgehen, dass das Potenzial nicht einfach symmetrisch abfällt. Tatsächlich ist es verschieden für die beiden Spincomponenten

$$I_{\uparrow L} = \alpha N_M N \left(\frac{V}{2} - V_{\uparrow} \right),$$

$$I_{\uparrow R} = \alpha N_m N \left(\frac{V}{2} + V_{\uparrow} \right),$$

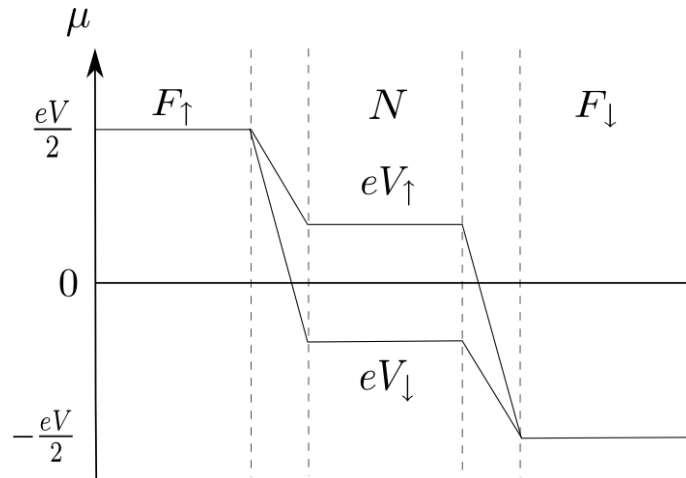


Abbildung 4.6: Spannungsabfall bei antiparalleler Ausrichtung.

und ähnlich für den Spin \downarrow .

Der Strom muss aber für jeden Spin erhalten sein, $I_{\uparrow L} = I_{\uparrow R}$ und $I_{\downarrow L} = I_{\downarrow R}$, denn wir haben (noch) keine Spinflips erlaubt. Daraus ergeben sich Bedingungen für die Potentiale in dem nichtmagnetischen Material

$$V_{\uparrow} = \frac{V}{2} \frac{N_M - N_m}{N_M + N_m} = \frac{1}{2} PV$$

$$V_{\downarrow} = -\frac{1}{2} PV = -V_{\uparrow}$$

Verschiedene Potentiale für die beiden Spinkomponenten bedeuten aber auch, dass die Zustände bis zu verschiedenen hohen Energien besetzt sind, was wiederum bedeutet, dass sich in dem nichtmagnetischen Material mehr Elektronen mit einer als mit der anderen Spinausrichtung befinden. Dies wird mit dem Begriff Spinakkumulation bezeichnet.

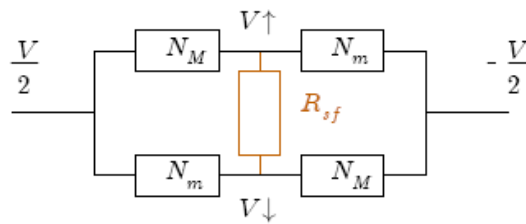
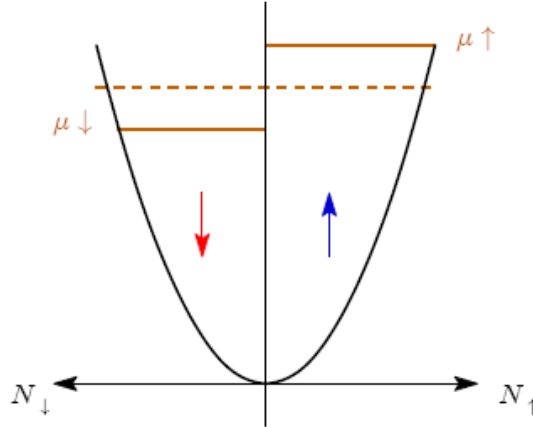


Abbildung 4.7: Ersatzschaltbild bei antiparalleler Ausrichtung. Spin-flip-Prozesse führen zur Kopplung der beiden parallelen Kanäle und können durch den Widerstand R_{sf} parametrisiert werden.

Wenn wir die oben beschriebenen Verhältnisse in einem Ersatzschaltbild darstellen, sieht es so aus als gäbe es einen Kanal, der die beiden parallelen Kanäle verbindet.



4.2.4 Spinrelaxation

Wir untersuchen nun, wie das Umklappen oder “Flippen” des Spins die Verhältnisse ändert. Dazu nehmen wir an, dass der Gesamtspin (Magnetisierung) verbunden mit der Spinakkumulation mit der Rate $1/\tau_{sf}$ (sf steht für “spin flip”) relaxiert,

$$\frac{d}{dt}S = -\frac{1}{\tau_{sf}}S.$$

Dabei gilt $S = \Delta\mu \cdot N$ und $\Delta\mu = \mu_{\uparrow} - \mu_{\downarrow} = e(V_{\uparrow} - V_{\downarrow})$. Bei der Berechnung des Stromes durch das System äußert sich die Spinrelaxation wie ein Strom. Dieser Spinrelaxationsstrom ist

$$I_{sf} = -e \frac{dS}{dt} = \frac{eN\Delta\mu}{\tau_{sf}} = \frac{e^2N}{\tau_{sf}} \cdot (V_{\uparrow} - V_{\downarrow})$$

Mit den Definitionen $G_{M/m} = \alpha \cdot N_{M/m} \cdot N$ und $G_{sf} = e^2N/\tau_{sf}$ erhalten wir damit

$$V_{\uparrow} = V \cdot \frac{G_M - G_m}{G_M + G_m + 2G_{sf}}.$$

4.3 Riesenmagnetowiderstand (GMR)

Der ‘giant magneto resistance’ wird in Strukturen beobachtet, die aus sich abwechselnden magnetischen und nichtmagnetischen dünnen Schichten mit einigen Nanometern Schichtdicke bestehen. Der Effekt bewirkt, dass der elektrische Widerstand der Struktur von der relativen Orientierung der Magnetisierung der magnetischen Schichten abhängt, und zwar ist er bei Magnetisierung in entgegengesetzte Richtungen deutlich höher als bei Magnetisierung in die gleiche Richtung.

Der Effekt wurde zuerst 1988 von Peter Grünberg am Forschungszentrum Jülich und Albert Fert an der Universität Paris-Süd in voneinander unabhängiger Arbeit entdeckt. Hierfür wurden sie 2007 gemeinsam mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet.

Wir unterscheiden zwei geometrische Anordnungen, mit dem Strom senkrecht zu den Schichten oder parallel dazu (s. Abb. 4.8).

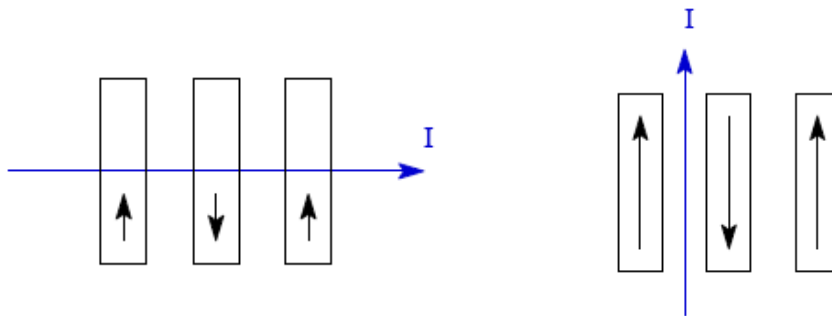
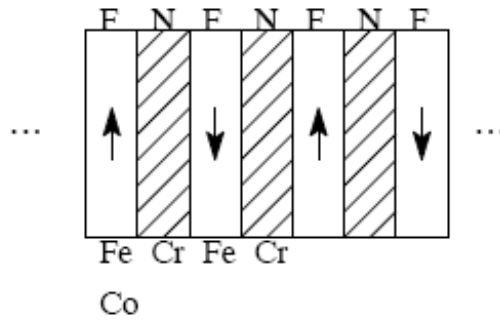


Abbildung 4.8: Links: Konfiguration “current perpendicular plane” (CPP); rechts: Konfiguration “current in plane” (CIP).

Für Anwendungen stellt sich der CIP Fall als besonders interessant heraus. Die Größe von Interesse ist der “giant magneto resistance” (GMR)

$$\text{GMR} = \frac{R^{AP} - R^P}{R^P} \sim 220\% \quad T = 1,5K$$

$$\sim 42\% \quad T = 300K$$

für den große Werte gefunden wurden, wie im Zahlenbeispiel angegeben.

CPP - Konfiguration

Die Analyse verläuft ähnlich wie wir es beim TMR diskutiert haben. Als Ergebnis findet man (bei $R_M \ll R_m$) bei paralleler Orientierung der Magnetisierung

$$R^P = 2 \frac{R_m R_M}{R_m + R_M} \approx 2R_M.$$

Bei antiparalleler Magnetisierung findet man

$$R^{AP} = \frac{R_M + R_m}{2} > R^P.$$

Der Unterschied ist

$$\text{GMR} = \frac{R^P - R^{AP}}{R^P} = \frac{(R_m + R_M)^2 - 4R_M R_m}{2(R_m + R_M)} \cdot \frac{(R_m + R_M)}{2R_m R_M}$$

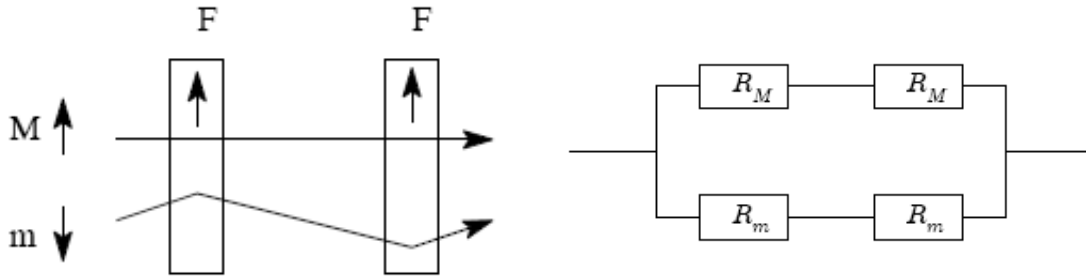


Abbildung 4.9: Streuung bei paralleler Orientierung der Magnetisierung. Die Knicke stehen symbolisch für erhöhten Widerstand

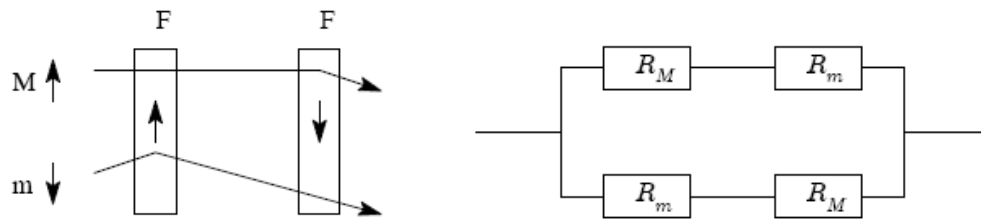


Abbildung 4.10: Streuung bei antiparalleler Orientierung der Magnetisierung

$$= \frac{(R_m + R_M)^2}{4R_m R_M} \approx \frac{R_m}{4R_M}$$

CIP - Konfiguration

Beim GMR-Effekt in der CIP Konfiguration spielt ein quantenmechanischer Effekt, nämlich die Spinabhängigkeit der Streuung von Elektronen an Grenzflächen eine wesentliche Rolle. Dies führt zu Unterschieden im Leitwert für parallele oder antiparallele Orientierung der Magnetisierung in benachbarten Schichten. Dies lässt sich z. B. im Rahmen einer Boltzmann-Gleichung herleiten, würde hier aber zu weit führen.

4.4 Spin-Bahn-Kopplung

Als Spin-Bahn-Kopplung bezeichnet man die Wechselwirkung des Bahndrehimpulses eines Elektrons in einem Atom mit dem Spin des Elektrons. Sie lässt sich anschaulich in einem semiklassischen Modell begründen. (Eine strengere Herleitung erfolgt im Rahmen der Dirac-Theorie.) Aus den Maxwell-Gleichungen und der speziellen Relativitätstheorie folgt, dass auf ein Elektron, wenn es im elektrischen Feld eines Atomkerns kreist, ein magnetisches Feld in seinem Ruhesystem wirkt. Im Ruhesystem des Elektrons wird nämlich eine Bewegung des Kerns wahrgenommen. Diese Bewegung stellt aufgrund der Ladung des Kerns einen Kreisstrom dar, welcher zu einem Magnetfeld führt. Verbunden mit dem Elektronenspin ist aber selbst ein magnetisches Moment. Dieses magnetische Moment koppelt an das magnetische Feld des Kerns, so dass für eine Spinrichtung die Energie erhöht

und für die andere Spinrichtung die Energie verringert wird. Da so ein einzelnes Niveau wegen der zwei möglichen Spinrichtungen in zwei Niveaus aufgespaltet wird, gibt es auch zwei leicht unterschiedliche Linien in den Spektren der Elemente.

Die Dirac-Theorie (relativistische Quantenmechanik) liefert folgende relativistischen Korrekturen zum Hamilton-Operator

$$H = \frac{(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A})^2}{2m} + V(\vec{r}) - \mu\vec{B} \cdot \vec{s} - \frac{\vec{p}^4}{8m^3c^2} + H_{SO} - \frac{e}{8m^2c^2}\vec{\nabla}\vec{E},$$

mit $\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$ und $\mu = \frac{e}{mc}$. Der Spin-Bahn-Kopplungsterm ist

$$H_{SO} = -\frac{e}{4m^2c^2} \left(\vec{E} \times \left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A} \right) \right) \cdot \vec{\sigma} \sim \left(\frac{v_F}{c} \right)^2 \ll 1.$$

Die Spin-Bahn-Wechselwirkung ist proportional zu $(v_F/c)^2$ und kann daher oft perturbativ behandelt werden. In Atomen reduziert sie sich auf

$$H_{SO} = \frac{e^2}{4m^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{\sigma} \cdot \vec{L}.$$

4.4.1 Spin-Bahn-Kopplung im Festkörper

Im Festkörper mit periodischem Potenzial

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r}) + H_{SO} \quad H\psi = E\psi, \quad V(\vec{r}) = V(\vec{r} + \vec{a})$$

gilt weiterhin das Bloch-Theorem, d.h. die Zustände sind Bloch-Zustände mit Wellenvektor \vec{k} , d.h. $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}}$. Allerdings faktorisieren die Wellenfunktion nicht mehr, wie wir es von Situationen ohne Spin-Bahn-Wechselwirkung gewohnt sind, in einen Orts- und einen Spinanteil. Stattdessen gilt

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = [a_{\vec{k}}(\vec{r})|\uparrow\rangle + b_{\vec{k}}(\vec{r})|\downarrow\rangle] \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}} = \begin{pmatrix} a_{\vec{k}}(\vec{r}) \\ b_{\vec{k}}(\vec{r}) \end{pmatrix} e^{i\vec{k}\vec{r}}.$$

Spin und Bahnanteil sind also verschränkt.

Die Form des Spin-Bahn-Wechselwirkungs-Hamilton-Operator hängt von Details der Kristallstruktur und den Symmetrien bzw. gebrochenen Symmetrien des Problems ab. Allgemein kann er wie folgt geschrieben werden

$$H_{SO} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma} \cdot \vec{\Omega}(\vec{k}) = \frac{\hbar}{2}\sigma_z \cdot \Omega_z(\vec{k}),$$

wobei der Vektor $\vec{\Omega}(\vec{k})$ durch eine mit den Symmetrien verträgliche Drehung aus \vec{k} erhalten wird. Die zweite Form deutet an, wie wir damit umgehen: $\vec{\Omega}$ definiert die Quantisierungsachse für den Spin. Diese hängt aber von \vec{k} ab, im Gegensatz zu der Situation beim Zeeman-Term. Im Folgenden werden wir u.a. als ein Toy-Modell den Operator

$$H_{SO}^{Toy} = \alpha^{Toy}\vec{\sigma} \cdot \vec{k}$$

betrachten.

Von besonderer Bedeutung in realen Systemen sind zwei Fälle, die nach ihren Entdeckern Rashba und Dresselhaus benannt sind. Die Rashba Spin-Bahn-Kopplung liegt vor z.B. in einem zwei-dimensionalen Elektronengas (2DEG). Dies kann an der Grenzschicht zwischen zwei verschiedenen Materialien existieren, derart dass sich die Elektronenzustände in der Ebene der Grenzschicht ausgedehnte Blochzustände sind, aber ihre Wellenfunktion in dazu senkrechter Richtung stark lokalisiert ist (die Elektronenwellenfunktion in z -Richtung ist die des Grundzustands). Also $\psi(\vec{r}) = \varphi_0(z)\psi_{\vec{k}}(x, y)$. In diesem 2DEG existiert ein elektrisches Feld in z -Richtung, das auch im Mittel (über z) nicht verschwindet. In diesem Fall haben wir

$$\begin{aligned} H_{SO}^R &\sim (\vec{E} \times \vec{k}) \vec{\sigma} \quad \vec{E} = (0, 0, E_z) \\ &\sim E_z(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x) \end{aligned}$$

$$H_{SO}^R = \alpha^R(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x).$$

Die Stärke der Rashba-Spin-Bahnkopplung α^R kann über das elektrische Feld, z.B. durch ein zusätzliches 'back gate' kontrolliert werden.

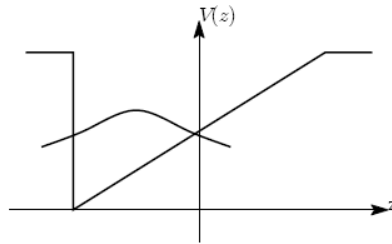


Abbildung 4.11: 2DEG in einer Konfiguration, bei der es zur Rashba-Spin-Bahn-Kopplung kommt.

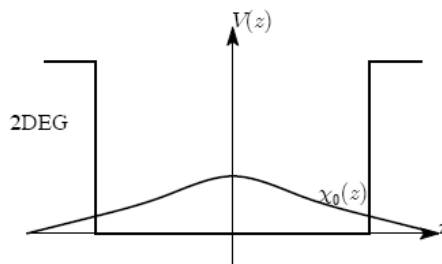


Abbildung 4.12: 2DEG in einer Konfiguration, wo das elektrische Feld im Mittel verschwindet. Bei gebrochener Inversionssymmetrie des Kristalls kann es aber zur Dresselhaus-Spin-Bahn-Kopplung kommen.

Die nach Dresselhaus benannte Spin-Bahn-Kopplung existiert in Materialien mit ge-

brochener Inversionssymmetrie

$$H_{SO}^D = \alpha^D (\sigma_y k_y - \sigma_x k_x)$$

α^D bezeichnet die Dresselhaus-Spin-Bahnkopplung. Im Allgemeinen können Rashba- und Dresselhaus-Kopplung gleichzeitig vorliegen.

Die Spin-Bahn-Kopplung modifiziert den Energie-Impuls-Zusammenhang. Für ein durch den einfachen Hamilton-Operator $H = \frac{p^2}{2m} + H_{SO}$ beschriebenes 2DEG finden wir für alle drei der oben diskutierten Fälle

$$E_\sigma(\vec{p}) = \frac{1}{2m} (p + \sigma p_0)^2$$

mit $\sigma = \pm 1$, $p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ und $p_0 = \alpha \frac{\hbar}{2} m$, wobei das jeweilige α zu wählen ist. Allerdings unterscheiden sich für die drei Fälle die Richtungen der Quantisierungsachsen für den Spin. Für das Toy-Modell zeigt die Richtung in der $p_x - p_y$ -Ebene radial nach außen und entsprechend sind die beiden Spinrichtungen mit $\sigma = \pm 1$ radial nach innen bzw. nach außen gerichtet. Für die Rashba-Spin-Bahn Kopplung zeigt die Quantisierungsrichtung jeweils tangential an die Energie-Kurve. Für Dresselhaus-Kopplung dreht sich die Spinquantisierungsachse in interessanter Weise (Übungsaufgabe). Das Ergebnis für Rashba-Spin-Bahn-Kopplung ist in der unten zitierten Arbeit von Sinova et al. dargestellt.

4.4.2 Datta-Das-Transistor

1990 stellten Datta und Das einen Transistor vor (S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Lett. **6**, 665 (1990)), bei dem der Elektronenspin ballistisch zwischen zwei ferromagnetischen Elektroden transportiert wird und dabei wegen der Rashba-Spin-Bahn-Kopplung kontrolliert gedreht wird. Der Leiter sei 1-dimensional. Die Propagation der Elektronen erfolgt in x -Richtung, das elektrische Feld zeigt in z -Richtung. Die Rashba-Spin-Bahn-Kopplung erzeugt dann ein effektives Magnetfeld in y -Richtung, das den Spin der injizierten Elektronen um die y -Achse rotiert. Die Stärke der Rotation wird durch das elektrische Feld einer Gatterelektrode kontrolliert. Abhängig von der relativen Orientierung der Magnetisierung in den beiden Ferromagneten und der Stärke der Drehung ist der Strom durch das System dann groß oder klein. So ergibt sich also ein Transistor-Verhalten, d.h. die Kontrolle des Stroms durch eine angelegte Gatterspannung.

Um dies quantitativ und konsistent mit der Darstellung nachzuvollziehen, ist es bequem die Koordinatenachsen neu zu benennen. Die Richtung des elektrischen Felds senkrecht zum 2DEG wählen wir als y -Achse, dann steht für die in x -Richtung propagierenden Elektronen das durch die Rashba-Kopplung erzeugte effektive Feld in z -Richtung, also senkrecht zur Bildebene. Der effektive Hamilton-Operator ist dann

$$H = \frac{1}{2m} (p_x - \sigma_z p_0)^2$$

mit $p_0 = \alpha^R m \hbar/2$ und Spinquantisierungsachse in z -Richtung. Die vom linken Ferromagneten, also in positive x -Richtung polarisierten in das 2DEG eindringenden Elektronen sind also in einer Superposition der beiden Spineigenzustände. Da die Energie

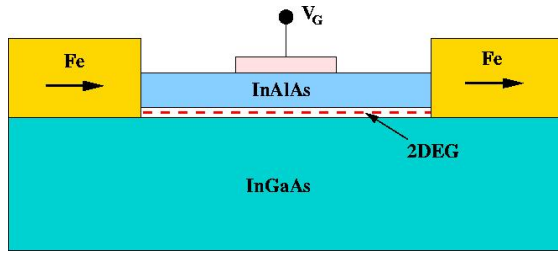


Abbildung 4.13: Die Elektronen propagieren in dem 2DEG zwischen den beiden Ferromagneten.

vorgegeben ist, sind ihre Impulse verschieden, $E = \frac{1}{2m} (p_+ + p_0)^2 = \frac{1}{2m} (p_- - p_0)^2$, d.h. $p_- - p_+ = 2p_0 = \alpha^R m \hbar$.

Im 2DEG an der Grenze zum linkem Ferromagneten (bei $x = 0+$) gilt (Vorzeichen sind noch nicht geprüft)

$$\psi(x = 0+) = |+\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle_z + |-\rangle_z) .$$

Tiefer im 2DEG gilt dann

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|+\rangle_z e^{ip_+x/\hbar} + |-\rangle_z e^{ip_-x/\hbar} \right) \\ &\propto |+\rangle_z + |-\rangle_z e^{i(p_- - p_+)x/\hbar} , \end{aligned}$$

d.h. die Spinrichtung der in x -Richtung propagierenden Elektronen dreht sich in der $x - y$ -Ebene. Wenn sie den rechten Ferromagneten (bei $x = L$) erreichen, können sie in diesen mit maximaler Amplitude eindringen, wenn der Spin gerade wieder in positive x -Richtung zeigt, d.h. wenn $(p_- - p_+)L/\hbar = \alpha^R m L = 2\pi n$ ein Vielfaches von 2π ist. Bzw. die Amplitude verschwindet, wenn $\alpha^R m L = (2n + 1)\pi$ gilt. Durch Variieren des elektrischen Feldes kann also die Amplitude und damit der Strom durch das System geschaltet werden.

4.4.3 Spin-Hall-Effekt

Der Effekt wurde beschrieben in der Arbeit: J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, A.H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **92**, 126603 (2004)

oder offen zugänglich: <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0307663>

Dort ist eine anschauliche Herleitung gegeben, die in der Vorlesung besprochen wurde.