

Übungen zur Theorie der Kondensierten Materie WS 13/14

Prof. Dr. G. Schön
Dr. M. MarthalerBlatt 9
Besprechung, 20.01.14

1. Der Quanten-Hall-Effekt in Graphen (14 Punkte)

Elektronen in Graphen lassen sich durch die Dirac Gleichung beschreiben. Wir betrachten also ein relativistisches Elektron in einem homogenen Magnetfeld in z -Richtung $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Dieses Magnetfeld kann durch das Vektorpotential $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$ beschrieben werden.

- (a) (5 Punkte) Schreiben Sie den vierkomponentigen Spinor ψ in der Dirac-Gleichung in der Form $\psi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$ und leiten sie aus der zeitunabhängigen Dirac-Gleichung für ein Elektron im Magnetfeld \mathbf{B} eine Eigenwertgleichung für den zweikomponentigen Spinor ϕ_1 her, indem Sie den Spinor ϕ_2 exakt eliminieren.
- (b) (5 Punkte) Lösen Sie die erhaltene Eigenwertgleichung mit Hilfe des Ansatzes

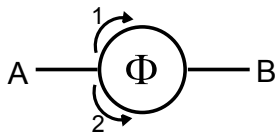
$$\phi_1(x, y, z) = \chi_1(x) e^{i(k_y y + k_z z)} \quad (1)$$

und bestimmen Sie die Energieeigenwerte.

Hinweis: Das Eigenwertproblem lässt sich auf die Schrödingergleichung für einen verschobenen harmonischen Oszillator zurückführen, deren Lösung sie als bekannt voraussetzen können.

- (c) (4 Punkte) In Graphen ist das Elektron auf 2-Dimensionen eingeschränkt und hat eine effektive Masse $m = 0$. Verwenden sie das Ergebnis aus Aufgabenteil b) und setzen sie $m = 0$, $k_z = 0$. Vergleich sie die Energie die Sie erhalten mit der Energie der Landau-Level, die in der Vorlesung diskutiert wurde. Wie unterscheidet sich der Quantum-Hall Effekt in Graphen von dem in einem 2D-Elektronengas?

2. Aharonov-Bohm Effekt (6 Punkte)



Wir betrachten einen Ring mit einem angelegten magnetischen Fluss Φ . Betrachtet man die Transmission von A nach B erhält man,

$$T_{AB} = |t_1 + t_2|^2 = T_1 + T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2} \cos \phi \quad (2)$$

wobei ϕ der Phasenunterschied zwischen den Transmissionsamplituden t_1 und t_2 ist. Der Phasenunterschied ϕ ist gegeben durch den Phasenunterschied zwischen den Elektronen die durch den oberen Arm (1) von A nach B gehen und den Elektronen die durch den unteren Arm (2) von A nach B gehen. Wie hängt ϕ von Φ ab?