

## Übungen zur Theorie der Kondensierten Materie WS 13/14

Prof. Dr. G. Schön  
Dr. M. MarthalerBlatt 9  
Besprechung, 20.01.14

## 1. Der Quanten-Hall-Effekt in Graphen (14 Punkte)

Elektronen in Graphen lassen sich durch die Dirac Gleichung beschreiben. Wir betrachten also ein relativistisches Elektron in einem homogenen Magnetfeld in  $z$ -Richtung  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ . Dieses Magnetfeld kann durch das Vektorpotential  $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$  beschrieben werden.

- (a) (5 Punkte) Schreiben Sie den vierkomponentigen Spinor  $\psi$  in der Dirac-Gleichung in der Form  $\psi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}$  und leiten sie aus der zeitunabhängigen Dirac-Gleichung für ein Elektron im Magnetfeld  $\mathbf{B}$  eine Eigenwertgleichung für den zweikomponentigen Spinor  $\phi_1$  her, indem Sie den Spinor  $\phi_2$  exakt eliminieren.

- (b) (5 Punkte) Lösen Sie die erhaltene Eigenwertgleichung mit Hilfe des Ansatzes

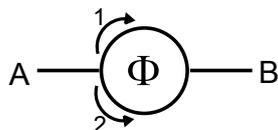
$$\phi_1(x, y, z) = \chi_1(x) e^{i(k_y y + k_z z)} \quad (1)$$

und bestimmen Sie die Energieeigenwerte.

**Hinweis:** Das Eigenwertproblem lässt sich auf die Schrödingergleichung für einen verschobenen harmonischen Oszillator zurückführen, deren Lösung sie als bekannt voraussetzen können.

- (c) (4 Punkte) In Graphen ist das Elektron auf 2-Dimensionen eingeschränkt und hat eine effektive Masse  $m = 0$ . Verwenden sie das Ergebnis aus Aufgabenteil b) und setzen sie  $m = 0$ ,  $k_z = 0$ . Vergleich sie die Energie die Sie erhalten mit der Energie der Landau-Level, die in der Vorlesung diskutiert wurde. Wie unterscheidet sich der Quantum-Hall Effekt in Graphen von dem in einem 2D-Elektronengas?

## 2. Aharonov-Bohm Effekt (6 Punkte)



Wir betrachten einen Ring mit einem angelegten magnetischen Fluss  $\Phi$ . Betrachtet man die Transmission von  $A$  nach  $B$  erhält man,

$$T_{AB} = |t_1 + t_2|^2 = T_1 + T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2} \cos \phi \quad (2)$$

wobei  $\phi$  der Phasenunterschied zwischen den Transmissionsamplituden  $t_1$  und  $t_2$  ist. Der Phasenunterschied  $\phi$  ist gegeben durch den Phasenunterschied zwischen den Elektronen die durch den oberen Arm (1) von  $A$  nach  $B$  gehen und den Elektronen die durch den unteren Arm (2) von  $A$  nach  $B$  gehen. Wie hängt  $\phi$  von  $\Phi$  ab?