

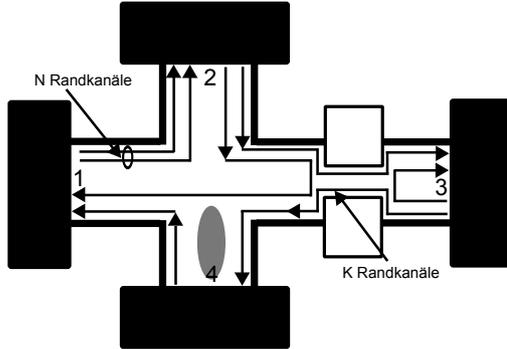
Übungen zur Theorie der Kondensierten Materie WS 13/14

Prof. Dr. G. Schön  
Dr. M. Marthaler

Blatt 9  
Besprechung, 27.01.14

1. Der Quanten-Hall-Effekt und Störstellen

(8 Punkte)



Ähnlich wie in der Vorlesung betrachten wir eine Hall-Proben-Geometrie in der von  $N$  Kanälen nur  $K$  von der linken Seite zur rechten Seite gehen, mit  $0 < K < N$ . Zusätzlich ist aber vor dem vierten Kontakt eine Störstelle. Somit kommen auch nur  $K$  Kanäle beim vierten Kontakt an. Zeigen sie, dass in diesem Fall der Hall-Widerstand gegeben ist durch,

$$R_H = \frac{\hbar}{2e^2 N} \frac{1}{1-p} \tag{1}$$

mit  $p = (N - K)/N$ .

2. Bogoliubov-Transformation

(12 Punkte)

Wir betrachten ein fermionisches System das durch folgenden Hamilton-Operator beschrieben wird,

$$H - \mu N = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \xi_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma} - \sum_{\mathbf{k}} \left( \Delta_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger + \Delta_{\mathbf{k}}^* c_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \right) \tag{2}$$

Hierbei ist  $c_{\mathbf{k}\sigma}$  ( $c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger$ ) der Erzeugungs- (Vernichtungs-) Operator eines Elektrons mit Wellenvektor  $\mathbf{k}$  und Spin  $\sigma$ .

(a) (3 Punkte) Verwenden sie die in der Vorlesung diskutierte Bogoliubov-Transformation um den Hamilton-Operator in folgende Form zu bringen

$$H - \mu N = \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} (\gamma_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger \gamma_{\mathbf{k}\uparrow} + \gamma_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger \gamma_{\mathbf{k}\downarrow}) \tag{3}$$

Bestimmen sie dazu explizit die Amplituden  $u_{\mathbf{k}}$  und  $v_{\mathbf{k}}$ .

(b) (4 Punkte) In der Vorlesung wurde der supraleitende Grundzustand  $|\psi_G\rangle$  eingeführt. Zeigen sie nochmals explizit dass  $|\psi_G\rangle$  der Grundzustand ist indem sie zeigen  $\gamma_{\mathbf{k}\uparrow} |\psi_G\rangle = 0$ .

(c) (5 Punkte) Berechnen sie die Mittlere Anzahl an Teilchen  $\langle N \rangle$  im supraleitenden Grundzustand und die Schwankung um den Mittelwert  $\langle N \rangle^2 - \langle N \rangle^2$ .