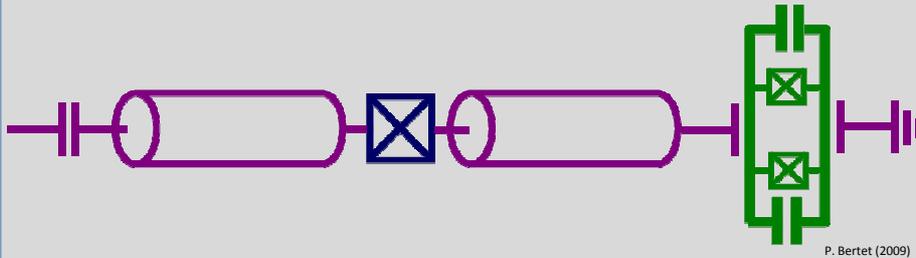


Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier



10.07.2012

Fabian Trost

Inhalt

- Wdh. Quantenmechanische Messung
- Quantum non demolition – Messung
- Messung mithilfe des linearen Resonators
- Josephson junction oszillator
- Messung mit dem Josephson bifurcation amplifier

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

WDH. Quantenmechanische Messung

- c_a ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das System im Zustand $|a\rangle$ befindet

$$|\psi\rangle = \sum_a c_a |a\rangle \quad \sum_a |c_a|^2 = 1$$

- 5. Axiom der QM: Bei einer Messung von \hat{A} mit dem Resultat a geht der ursprüngliche Zustand in $|a\rangle$ über.

$$\hat{A}|a\rangle = a|a\rangle$$

- Oft geht das Teilchen / System an welchem eine Messung vorgenommen wird verloren oder der Zustand wird verändert.
- Es gibt Möglichkeiten, dass der Zustand nach der Messung erhalten bleibt. (Quantum non demolition – Messung)

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

QND - Kriterien

Idee: Kopplung des zu messenden Systems an ein „Meter“

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_M + \hat{H}_{WW}$$

\hat{A}_S ist die zu Messende Observable \hat{A}_M ; ist die Observable, die tatsächlich gemessen wird

Kriterien: • $[\hat{A}_S, H_{WW}] = 0$

Signalobservable verändert sich nicht durch H_{WW}

• $[\hat{A}_S, H_S] = 0$

Signalobservable verändert sich nicht durch H_S

• $[\hat{A}_M, H_{WW}] \neq 0$

Meterobservable ist keine Konstante der Bewegung in H_{WW}

• $\frac{\partial H_{WW}}{\partial \hat{A}_S} \neq 0$

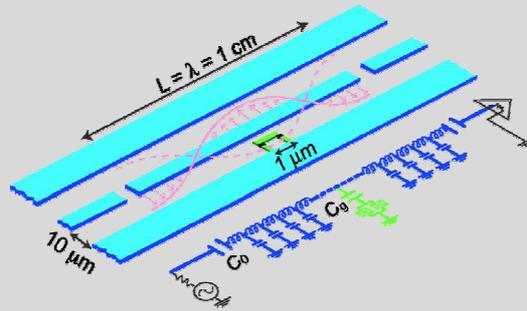
Wechselwirkungssystem ist von der Signalobservable abhängig

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Linearer Resonator



Blais (2004)

Jaynes-Cummings Hamiltonian:

$$H = \underbrace{\hbar\omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)}_{\text{Resonator}} + \underbrace{\frac{\hbar}{2}\omega_q\sigma_z}_{\text{Qubit}} + \underbrace{\hbar g \left(a^\dagger\sigma_- + \sigma_+a \right)}_{\text{Kopplungs Term}}$$

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Linearer Resonator

$$H = \hbar\omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar}{2}\omega_q\sigma_z + \hbar g \left(a^\dagger\sigma_- + \sigma_+a \right)$$

Verstimmung: $\Delta := \omega_q - \omega_r$ Annahme: $\frac{g}{\Delta} \ll 1$ Mit folgender Transformation: $U = e^{\frac{g}{\Delta}(a\sigma_+ - a^\dagger\sigma_-)}$

$$\Rightarrow UHU^\dagger \approx \underbrace{\frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma_z}_{H_S} + \underbrace{\hbar\omega_r a^\dagger a - \hbar f (a + a^\dagger) \cos(\omega_d t)}_{H_M} + \underbrace{\hbar\frac{g^2}{\Delta}\sigma_z a^\dagger a + \frac{1}{2}\hbar\frac{g^2}{\Delta}\sigma_z}_{H_{WW}}$$

$$= \tilde{H} = \hbar \underbrace{\left(\omega_r + \frac{g^2}{\Delta}\sigma_z \right)}_{\omega_{\text{eff}}} a^\dagger a + \frac{\hbar}{2} \left(\omega_q + \frac{g^2}{\Delta} \right) \sigma_z - \hbar f (a + a^\dagger) \cos(\omega_d t)$$

=> Durch den Stark Shift besitzt der Resonator, abhängig vom Qubit, zwei Eigenfrequenzen. Wir nennen diese ω_{eff}

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Linearer Resonator - QND Kriterien prüfen

Hamiltonian 1: $H = \overbrace{\hbar\omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)}^{H_M} + \overbrace{\frac{\hbar}{2}\omega_g\sigma_z + \hbar g (a^\dagger\sigma_- + \sigma_+ a)}^{H_S}$

Hamiltonian 2: $UHU^\dagger \approx \underbrace{\frac{1}{2}\hbar\omega_g\sigma_z}_{H_S} + \underbrace{\hbar\omega_r a^\dagger a - \hbar f (a + a^\dagger) \cos(\omega_d t)}_{H_M} + \underbrace{\hbar \frac{g^2}{\Delta} \sigma_z a^\dagger a + \frac{1}{2} \hbar \frac{g^2}{\Delta} \sigma_z}_{H_{WW}}$

- $[\hat{A}_S, H_{WW}] = 0$ bei dem 1. Hamiltonian nicht erfüllt!
- $[\hat{A}_S, H_S] = 0$
- $[\hat{A}_M, H_{WW}] \neq 0$
- $\frac{\partial H_{WW}}{\partial \hat{A}_S} \neq 0$ für den 2. Hamiltonian (mit Näherungen) sind die Bedingungen erfüllt.

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Getriebener harmonischer Oszillator

$$\hat{H} = -\hbar\Delta\omega a^\dagger a - \frac{1}{2}\hbar f (a + a^\dagger)$$

$$\Delta\omega = \omega_{eff} - \omega_d$$

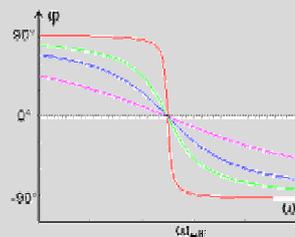
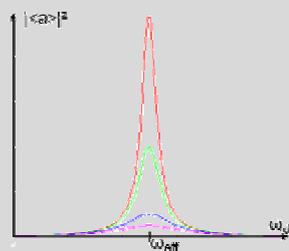
Bewegungsgleichung: $\frac{d}{dt} \langle a \rangle = i\Delta\omega \langle a \rangle - \frac{if}{2} - \frac{\kappa}{2} \langle a \rangle = 0$

Amplitude:

$$|\langle a \rangle|^2 = \frac{f^2}{4(\Delta\omega^2 + \frac{\kappa^2}{4})}$$

Phasenverschiebung:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Delta\omega}{\frac{\kappa}{2}}\right)$$



10.07.2012

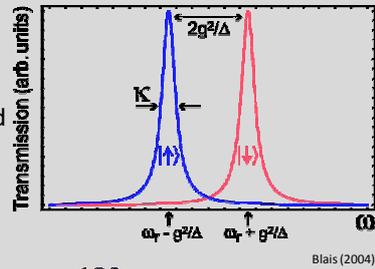
Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Linearer Resonator

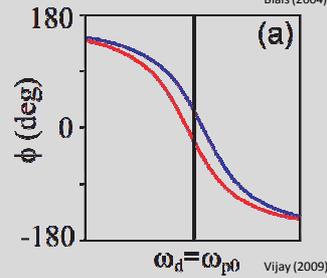
Treiben des Resonators mit der Frequenz ω

- > Es gibt zwei mögliche Resonanzfälle
- > Die Resonanzfälle hängen von dem Zustand des Qubits ab
- > Gemessen wird die Phasenverschiebung
- > Die Messung ändert den Zustand des Qubits nicht



Blais (2004)

Problem: bei starker Dämpfung fällt die Differenz der Phasenverschiebung gering aus.



Vijay (2009)

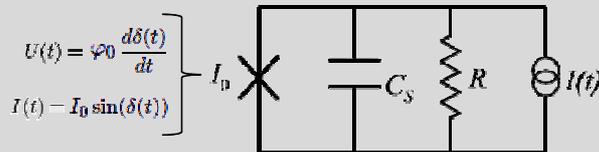
10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Josephson junction oscillator

Ziel: Verstärkung des Unterschied der Phasendifferenz durch einen nicht linearen Oszillator



Rajamani Vijayaraghavan (2008)

$$C_s \varphi_0 \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} + \frac{\varphi_0}{R} \frac{d\delta(t)}{dt} + I_0 \sin(\delta(t)) = I(t)$$

treiben mit $I(t) = I_d \cos(\omega_d t)$

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Josephson junction oscillator

Dämpfungsrate: $\Gamma = \frac{1}{2}RC_s$ Plasmafrequenz: $\omega_J = \sqrt{\frac{I_0}{\varphi_0 C_s}}$

Entwicklung zur zweiten Ordnung:

$$\ddot{\delta} + 2\Gamma\dot{\delta} + \omega_J^2 \left(\delta - \frac{\delta^3}{6} \right) = \omega_J^2 \frac{I_d}{I_0} \cos(\omega_d t)$$

$$H = \hbar\omega_J a^\dagger a + \frac{1}{12}K (a + a^\dagger)^4 - \hbar f \cos(\omega_d t) (a + a^\dagger)$$

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

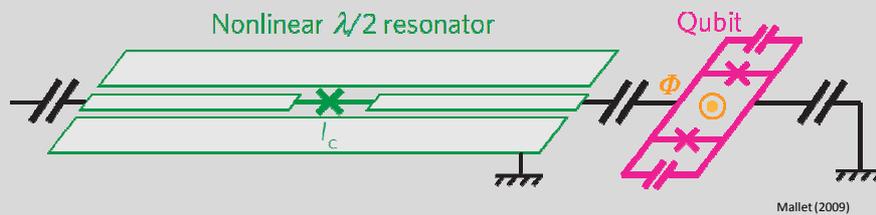
Rechnung

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Josephson Bifurcation Amplifier (JBA)



Mallet (2009)

$$H = -\frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma_z + \hbar\omega_r a^\dagger a + \frac{\hbar K}{12} (a + a^\dagger)^4 - \hbar f \cos(\omega_d t) (a + a^\dagger) + \hbar g \omega_r \sigma_z a^\dagger a$$

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

JBA - QND Kriterien prüfen

kompletter Hamiltonian:

$$H = \underbrace{-\frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma_z}_{H_S} + \underbrace{\hbar\omega_r a^\dagger a + \frac{\hbar K}{12} (a + a^\dagger)^4 - \hbar f \cos(\omega_d t) (a + a^\dagger)}_{H_M} + \underbrace{\hbar g \omega_r \sigma_z a^\dagger a}_{H_{WW}}$$

\downarrow A_S \downarrow A_M

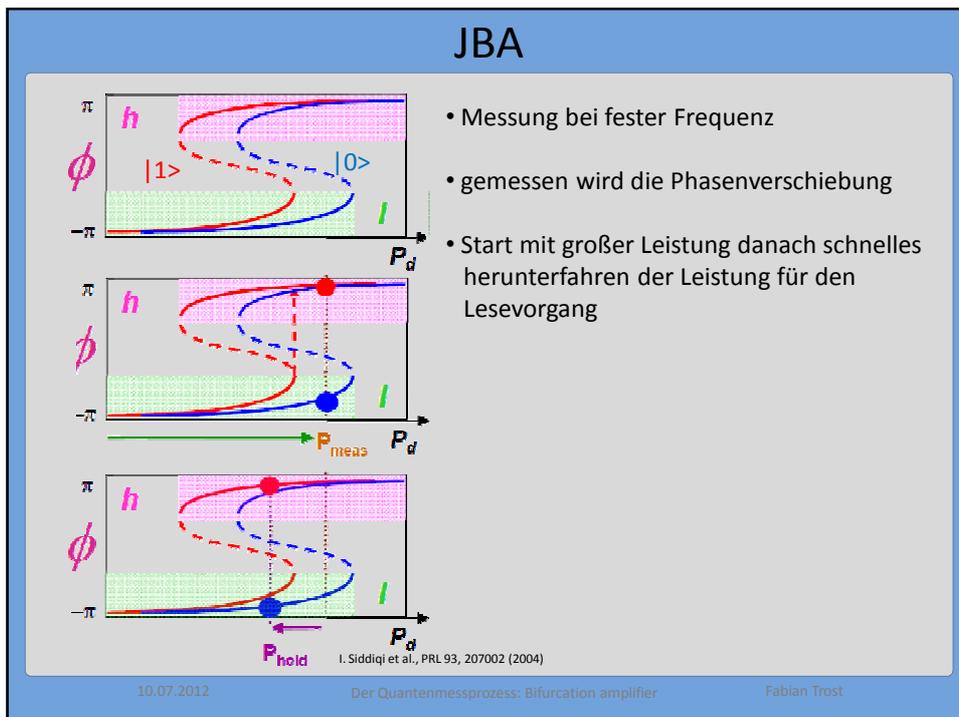
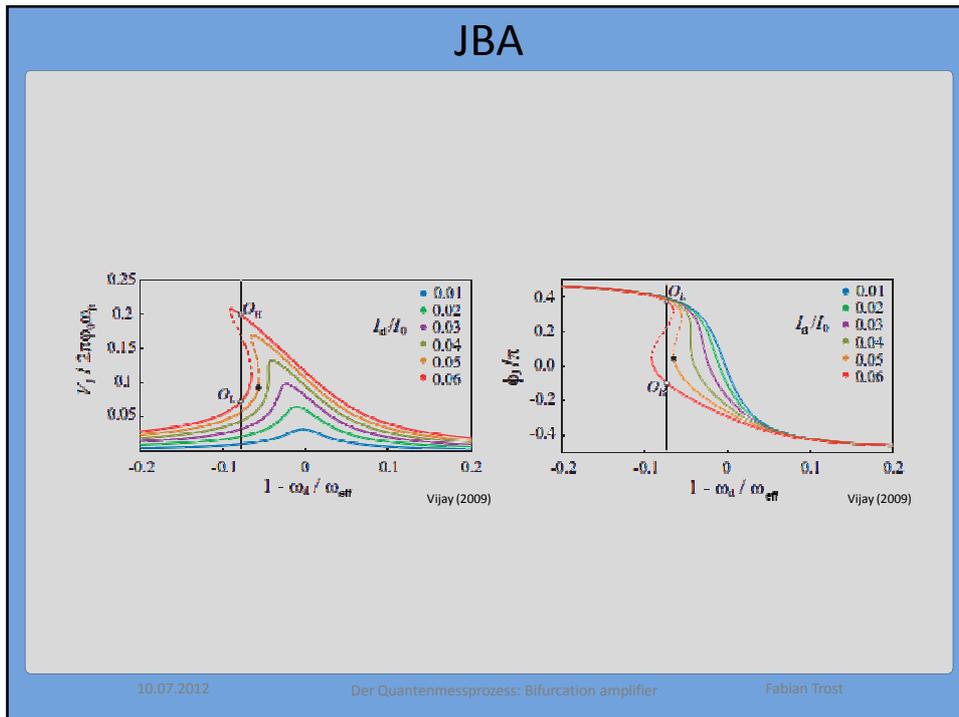
Kriterien:

- $[\hat{A}_S, H_{WW}] = 0$
- $[\hat{A}_S, H_S] = 0$
- $[\hat{A}_M, H_{WW}] \neq 0$
- $\frac{\partial H_{WW}}{\partial \hat{A}_S} \neq 0$

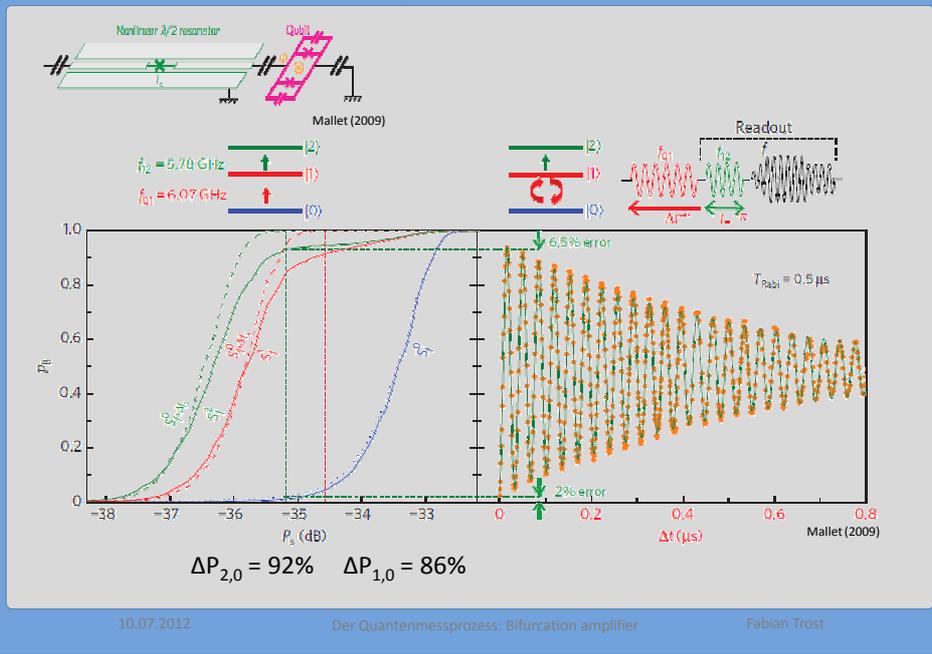
10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

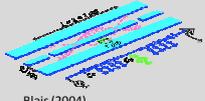


Experiment



Zusammenfassung

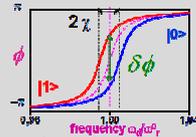
- Der Stark Shift bietet eine Möglichkeit rückwirkungsfrei zu messen
- Die einfachste Variante ist der lineare Resonator gekoppelt mit einem Qubit



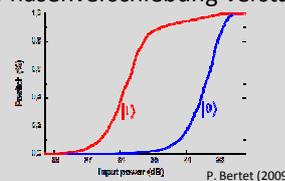
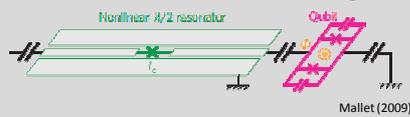
$$U_{HV}^\dagger \approx \hbar \left(\omega_r + \frac{g^2}{\Delta} \sigma_z \right) a^\dagger a + \frac{\hbar}{2} \left(\omega_q + \frac{g^2}{\Delta} \right) \sigma_z$$

Blais (2004)

- Gemessen wird die Phasenverschiebung von z.B. transmittierten Mikrowellen



- Durch nichtlineare Resonatoren kann diese Phasenverschiebung verstärkt werden ohne ein Rauschen zu generieren



10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost

Literatur

- Alexandre Blais, Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation (2004) M.
- I. Dykman, Periodically modulated quantum nonlinear oscillators
- François Mallet, Single-shot qubit readout in circuit quantum electrodynamics (2009)
- Alexander Shnirman, Physics of Quantum Information (2012)
- D. I. Schuster, ac Stark Shift and Dephasing of a Superconducting Qubit Strongly Coupled to a Cavity Field (2005)
- R. Vijay, Invited Review Article: The Josephson bifurcation amplifier (2009)
- G. Wendin, Superconducting Quantum Circuits, Qubits and Computing (2005)
- A. Palacios-Laloy, A new single-shot readout for transmon qubits (2009)
- Rajamani Vijayaraghavan, Josephson Bifurcation Amplifier: Amplifying quantum signals using a dynamical bifurcation (2008)

10.07.2012

Der Quantenmessprozess: Bifurcation amplifier

Fabian Trost