Übungen zu Physik der Quanteninformation SS 14

Dr. M. Marthaler
C. Karlewski

Lösungsvorschlag zu Blatt 1
Besprechung, 30.10.2015

---

1. Rabi-Oszillationen

(a) Die Zeitentwicklung des Teilchens wird beschrieben durch die Schrödingergleichung,

$$\begin{aligned} i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\left|\Psi\right\rangle =&H(t)\left|\Psi\right\rangle, \text{mit} \\ H(t) =& -\frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \frac{1}{2}\hbar\Omega_R^{(0)}\left[\sigma_x\cos(\omega t+\phi) - \sigma_y\sin(\omega t+\phi)\right] \end{aligned} \tag{1}$$

Wir schreiben den zeitabhängigen Teil des Hamilton-Operators um

$$\sigma_x\cos(\omega t+\phi) - \sigma_y\sin(\omega t+\phi) = \sigma_+ e^{i(\omega t+\phi)} + \sigma_- e^{-i(\omega t+\phi} \tag{2}$$

Eine beliebige zeitabhängige unitäre Transformation $U(t)$ ergibt die Schrödinger Gleichung,

$$i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\left|\Psi'\right\rangle = \left[U^\dagger(t)H(t)U(t) - i\hbar U^\dagger(t)\tfrac{\partial}{\partial t}U(t)\right]\left|\Psi'\right\rangle. \tag{3}$$

Für diese Aufgabe nutzen wir $U(t) = e^{i\omega\sigma_z t/2}$. Daraus folgt

$$-i\hbar U^\dagger(t)\dot{U}(t) = \frac{\hbar\omega}{2}\sigma_z. \tag{4}$$

Damit ergibt sich die Schröodinger Gleichung

$$i\hbar\tfrac{\partial}{\partial t}\left|\Psi'\right\rangle = H'\left|\Psi'\right\rangle, \quad H' = \tfrac{\hbar}{2}\Omega_R^{(0)}\left[\sigma_+ e^{i\phi} + \sigma_- e^{-i\phi}\right]. \tag{5}$$

(b) Das Spin-1/2 Teilchen ist zum Zeitpunkt $t = 0$ im Zustand

$$\left|\Psi(t=0)\right\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \tag{6}$$

im stationären Bezugssystem. Da allerdings gilt

$$\left|\Psi(0)\right\rangle = U(0)\left|\Psi'(0)\right\rangle = \left|\Psi'(0)\right\rangle, \tag{7}$$

ist dies auch der Initialzustand im rotierenden Bezugssystem. Wir berechnen nun die Zeitentwicklung von $\left|\Psi'(t)\right\rangle$ mit dem Hamilton-Operator H'. Der Zeitentwicklungsoperator ist gegeben durch

$$\begin{aligned} U_R(t) =& \exp[-iH'\,t/\hbar] = 1\cos(\Omega_R^{(0)}t/2) - i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)(\sigma_+ e^{i\phi} + \sigma_- e^{-i\phi}) \\ =& \begin{pmatrix}\cos(\Omega_R^{(0)}t/2) & -i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)e^{i\phi}\\ -i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)e^{-i\phi} & \cos(\Omega_R^{(0)}t/2)\end{pmatrix} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} U_R(t)\left|\Psi'(0)\right\rangle =& \begin{pmatrix}\cos(\Omega_R^{(0)}t/2) & -i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)e^{i\phi}\\ -i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)e^{-i\phi} & \cos(\Omega_R^{(0)}t/2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \\ =& \begin{pmatrix}\cos(\Omega_R^{(0)}t/2)\\ -i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)e^{-i\phi}\end{pmatrix} = \left|\Psi'(t)\right\rangle \end{aligned} \tag{9}$$

(c) Die Wellenfunktion kann im rotierenden Bezugssystem geschrieben werden in der Form

$$\left|\Psi'(t)\right\rangle = \cos(\Omega_R^{(0)}t/2)\left|+\right\rangle - i\sin(\Omega_R^{(0)}t/2)e^{-i\phi}\left|-\right\rangle. \tag{10}$$

Die Rücktransformation ist gegeben durch

$$|\Psi(t)\rangle = U(t)\,|\Psi'(t)\rangle\,. \tag{11}$$

Daraus folgt

$$|\Psi(t)\rangle = \cos(\Omega_R^{(0)} t/2) e^{i\omega t/2}\,|+\rangle - i\sin(\Omega_R^{(0)} t/2) e^{-i\phi} e^{-i\omega t/2}\,|-\rangle \tag{12}$$

1. Gültigkeit der Rotating-Wave-Approximation

(a) Der zu rotierende Hamilton-Operator hat die Form

$$\widetilde{H}_{R2}(t) = \frac{g}{2}\left(e^{2i\omega t}\sigma_+ + e^{-2i\omega t}\sigma_-\right)$$

Wir benötigen

$$\begin{array}{llll} \langle g|\sigma_+|g\rangle & = -\frac{1}{2}, & \langle g|\sigma_-|g\rangle & = -\frac{1}{2}, \\ \langle g|\sigma_+|e\rangle & = \frac{1}{2}, & \langle g|\sigma_-|e\rangle & = -\frac{1}{2}, \\ \langle e|\sigma_+|g\rangle & = -\frac{1}{2}, & \langle e|\sigma_-|g\rangle & = \frac{1}{2}, \\ \langle e|\sigma_+|e\rangle & = \frac{1}{2}, & \langle e|\sigma_-|e\rangle & = \frac{1}{2}. \end{array}$$

Aus den linken vier Gleichungen erhalten wir die Struktur

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\tau_z - i\tau_y\right),$$

die rechten vier Gleichungen liefern

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\left(\tau_z + i\tau_y\right).$$

Daraus folgt als Form für den rotierten Hamilton-Operator in der Basis der Zustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$

$$H_{R2}(t) = \frac{g}{4}e^{2i\omega t}\left(\tau_z - i\tau_y\right) + \frac{g}{4}e^{-2i\omega t}\left(\tau_z + i\tau_y\right).$$

(b) Der Ansatz für den Zustand in erster Ordnung Störungstheorie war auf dem Aufgabenblatt gegeben durch

$$|\psi\rangle = \left[|g\rangle + a_1 e^{2i\omega t}|g\rangle + b_1 e^{2i\omega t}|e\rangle + a_{-1}e^{-2i\omega t}|g\rangle + b_{-1}e^{-2i\omega t}|e\rangle\right] e^{igt/2}.$$

Dieser Zustand wird jetzt in die Schrödinger-Gleichung

$$i\partial_t|\psi\rangle = H_R|\psi\rangle$$

eingesetzt. Um den Koeffizienten a_1 zu bestimmen, multiplizieren wir die Schrödinger-Gleichung mit $e^{-2i\omega t}e^{-igt/2}$ durch und projizieren $\langle g|$ von links auf die Gleichung. Dies resultiert in

$$ie^{-2i\omega t}e^{-igt/2}\langle g|\partial_t|\psi\rangle = e^{-2i\omega t}e^{-igt/2}\langle g|H_R|\psi\rangle,$$

wobei H_R der volle, rotierte Hamilton-Operator ist. Jetzt wird über t von 0 bis π/ω integriert und wir erhalten auf der linken Seite

$$i\int_0^{\pi/\omega} dt\; e^{-2i\omega t}e^{-igt/2}\langle g|\partial_t|\psi\rangle = -a_1\left(\frac{g\pi}{2\omega} + 2\pi\right).$$

Auf der rechten Seite wirkt H_R auf $|\psi\rangle$, wobei beachtet werden muss, dass wir Störungstheorie betreiben. Dies bedeutet, dass $H_{R2}(t)$ lediglich auf den Anteil $|g\rangle$ von $|\psi\rangle$ wirkt, und H_{R1} auf den kompletten Zustand $|\psi\rangle$. Terme proportional zu $H_{R2}(t)(|\psi\rangle - |g\rangle e^{igt/2})$ sind von mindestens zweiter Ordnung in der Störung und tragen nicht zur ersten Ordnung bei. Wir finden auf der rechten Seite

$$\int_0^{\pi/\omega} dt e^{-2i\omega t}e^{-igt/2}\langle g|H_R|\psi\rangle = -\frac{g\pi}{4\omega} - \frac{a_1 g\pi}{2\omega}.$$

Hieraus resultiert für den ersten Koeffizienten

$$a_1 = \frac{g}{8\omega}.$$

Um den Koeffizienten a_{-1} zu bestimmen, wird die obige Rechnung wiederholt, jedoch die Schrödinger-Gleichung mit $e^{+2i\omega t}$ durchmultipliziert. Um die Koeffizienten b_1 und b_{-1} zu bestimmen, ist die Rechnung analog, die Schrödinger-Gleichung wird lediglich auf den Zustand $\langle e|$ projiziert. Wir finden

$$\begin{aligned} a_{-1} &= -\frac{g}{8\omega}. \\ b_1 &= \frac{g}{4(g+2\omega)}, \\ b_{-1} &= \frac{g}{4(-g+2\omega)}. \end{aligned}$$

Die vier berechneten Amplituden für die Zustandskorrekturen in erster Ordnung Störungstheorie in $H_{R2}(t)$ sind alle proportional zu $\frac{g}{\omega}$. Für $g \ll \omega$ ist die RWA also eine zulässige Näherung.

3. Bewegungsgleichung der Dichtematrix

Die benötigten Matrixelemente des Hamilton-Operators sind

$$\begin{aligned} \langle \sigma_1\sigma_2|H|\sigma_1\sigma_2\rangle =& \sigma_1\frac{\hbar\omega_1}{2} + \sigma_2\frac{\hbar\omega_2}{2}, \\ \langle \sigma_1\bar{\sigma}_1|H|\bar{\sigma}_1\sigma_1\rangle =& \hbar g \end{aligned} \tag{13}$$

wobei ein Balken über dem σ das andere Vorzeichen bedeutet. Damit ergeben sich die Bewegungsgleichungen für die einzelnen Matrixelemente der Dichtematrix

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_{(++)(++)} =& 0 \\ i\dot{\rho}_{(++)(+-)} =& \omega_2\rho_{(++)(+-)} - g\rho_{(++)(-+)} \\ i\dot{\rho}_{(++)(-+)} =& \omega_1\rho_{(++)(-+)} - g\rho_{(++)(+-)} \\ i\dot{\rho}_{(++)(--)} =& (\omega_1+\omega_2)\rho_{(++)(--)} \\ \\ i\dot{\rho}_{(+-)(++)} =& g\rho_{(-+)(++)} - \omega_2\rho_{(+-)(++)} \\ i\dot{\rho}_{(+-)(+-)} =& g\big(\rho_{(-+)(+-)} - \rho_{(+-)(-+)}\big) \\ i\dot{\rho}_{(+-)(-+)} =& (\omega_1-\omega_2)\rho_{(+-)(-+)} + g\big(\rho_{(-+)(-+)} - \rho_{(+-)(+-)}\big) \\ i\dot{\rho}_{(+-)(--)} =& g\rho_{(-+)(--)} + \omega_1\rho_{(+-)(--)} \\ \\ i\dot{\rho}_{(-+)(++)} =& g\rho_{(+-)(++)} - \omega_1\rho_{(-+)(++)} \\ i\dot{\rho}_{(-+)(+-)} =& (-\omega_1+\omega_2)\rho_{(+-)(-+)} + g\big(-\rho_{(-+)(-+)} + \rho_{(+-)(+-)}\big) \\ i\dot{\rho}_{(-+)(-+)} =& g\big(\rho_{(+-)(-+)} - \rho_{(-+)(+-)}\big) \\ i\dot{\rho}_{(-+)(--)} =& g\rho_{(+-)(--)} + \omega_2\rho_{(-+)(--)} \\ \\ i\dot{\rho}_{(--)(++)} =& -(\omega_1+\omega_2)\rho_{(--)(++)} \\ i\dot{\rho}_{(--)(+-)} =& -\omega_1\rho_{(--)(+-)} - g\rho_{(--)(-+)} \\ i\dot{\rho}_{(--)(-+)} =& -\omega_2\rho_{(--)(-+)} - g\rho_{(--)(+-)} \\ i\dot{\rho}_{(--)(--)} =& 0 \end{aligned} \tag{14}$$

4. Dephasierung durch Wechselwirkung mit einem Bad

Betrachten wir ein Spin-1/2 System das an einen harmonischen Oszillator (oder eine Mode eines Strahlungsfeldes) durch σ_z gekoppelt ist:

$$H = \tfrac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \hbar\omega a^\dagger a + \sigma_z\hbar g(a^\dagger + a) \tag{15}$$

(a) Den transformierten Hamilton-Operator bekommen wir in denm wir die Eigenschaften $D^\dagger(\sigma_z\alpha)a^\dagger D(\sigma_z\alpha) = a^\dagger + \sigma_z\alpha^*$ und $D^\dagger(\sigma_z\alpha)aD(\sigma_z\alpha) = a + \sigma_z\alpha$ benutzen:

$$\begin{aligned} H' =& D^\dagger(\alpha\sigma_z)HD(\alpha\sigma_z) && (16)\\ =& \tfrac{\hbar\omega_o}{2}\sigma_z + \hbar\omega D^\dagger(\alpha\sigma_z)a^\dagger D(\sigma_z\alpha)D^\dagger(\sigma_z\alpha)aD(\sigma_z\alpha) && (17)\\ &+ \sigma_z\hbar g[D^\dagger(\sigma_z\alpha)aD(\sigma_z\alpha) + D^\dagger(\sigma_z\alpha)a^\dagger D(\sigma_z\alpha)] && (18)\\ =& \tfrac{\hbar\omega}{2}\sigma_z + \hbar\omega a^\dagger a + (\alpha^*\hbar\omega + \hbar g)\sigma_z a + (\alpha\hbar\omega + \hbar g)\sigma_z a^\dagger + \hbar\omega|\alpha|^2 + \hbar g(\alpha + \alpha^*). && (19) \end{aligned}$$

Mit der Wahl $\alpha = \alpha^* = -(g/\omega)$ bekommen wir

$$H' = \tfrac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \hbar\omega a^\dagger a - \hbar g\left(\tfrac{g}{\omega}\right). \tag{20}$$

Der Zeitentwicklungsoperator ist in dieser Basis $e^{-\frac{i}{\hbar}H't}$. In der alten Basis haben wir dann:

$$U(t) = D(\sigma_z\alpha)e^{-\frac{i}{\hbar}H't}D^\dagger(\sigma_z\alpha), \quad \alpha = -\tfrac{g}{\omega} \tag{21}$$

(b) Die Dichtematrix für $t = 0$ ist $\rho_0 = \rho^s \otimes \rho^a$, wobei $\rho^s = \sum_{\sigma\sigma'}\rho^s_{\sigma\sigma'}|\sigma\rangle\langle\sigma'|$ und $\rho^a = |0\rangle\langle 0|$. Das Tensorprodukt ist dann:

$$\rho_0 = \sum_{\sigma\sigma'}\rho^s_{\sigma\sigma'}|\sigma, 0\rangle\langle\sigma', 0|. \tag{22}$$

Dann ist die Dichtematrix für $t > 0$:

$$\rho(t) = U(t)\rho_0 U^\dagger(t) = \sum_{\sigma\sigma'}\rho^s_{\sigma\sigma'}U(t)|\sigma, 0\rangle\langle\sigma', 0|U^\dagger(t). \tag{23}$$

Und die reduzierte Dichtematrix

$$\rho^{red}(t) = \mathrm{Tr}_a[U(t)\rho_0 U^\dagger(t)] = \sum_n \langle n|U(t)\rho_0 U^\dagger(t)|n\rangle. \tag{24}$$

Nehmen wir die Elemente:

$$\rho^{red}_{\sigma\sigma'}(t) = \langle\sigma|\rho^{red}(t)|\sigma'\rangle = \sum_n\sum_{\sigma''\sigma'''}\rho^a_{\sigma''\sigma'''}\langle\sigma, n|U(t)|\sigma'', 0\rangle\langle\sigma''', 0|U^\dagger(t)|\sigma', n\rangle, \tag{25}$$

und notieren, dass es allgemein gilt, dass für eine Funktion $F(\sigma_z, a^\dagger, a)$ nur die diagonalen Elemente (mit bezug auf den Spin) ungleich null sind:

$$\langle\sigma, n|F(\sigma_z, a^\dagger, a)|\sigma', n'\rangle = \delta_{\sigma\sigma'}\langle n|F(\sigma, a^\dagger, a)|n'\rangle. \tag{26}$$

Wir haben dann $\langle\sigma, n|U(t)|\sigma'', 0\rangle = \delta_{\sigma\sigma''}\langle n|U_\sigma(t)|0\rangle$ und $\langle\sigma''', 0|U^\dagger(t)|\sigma', n\rangle = \delta_{\sigma''',\sigma'}\langle 0|U^\dagger_{\sigma'}(t)|n\rangle$ mit

$$U_\sigma(t) = D(\alpha\sigma)e^{-\frac{i}{\hbar}H_\sigma t}D^\dagger(\alpha\sigma), \quad H_\sigma = \tfrac{\hbar\omega_0}{2}\sigma + \hbar\omega a^\dagger a - \hbar g\left(\tfrac{g}{\omega}\right), \tag{27}$$

und für die Elemente

$$\begin{aligned} \rho^{red}_{\sigma\sigma'}(t) =& \rho^s_{\sigma\sigma'}\sum_n\langle n|U_\sigma(t)|0\rangle\langle 0|U^\dagger_{\sigma'}(t)|n\rangle && (28)\\ =& \rho^s_{\sigma\sigma'}\langle 0|U^\dagger_{\sigma'}(t)\sum_n|n\rangle\langle n|U_\sigma(t)|0\rangle && (29)\\ =& \rho^s_{\sigma\sigma'}\langle 0|U^\dagger_{\sigma'}(t)U_\sigma(t)|0\rangle. && (30) \end{aligned}$$

Da $U^\dagger_\sigma(t)U_\sigma(t) = 1$ haben wir für die diagonalen Elemente $(\sigma = \sigma')$ $\rho^{red}_{\sigma\sigma}(t) = \rho^s_{\sigma\sigma}$ und für $\sigma = +, \sigma' = -$

$$U^\dagger_-(t)U_+(t) = e^{-i\omega_0 t}D(-\alpha)e^{i\omega t a^\dagger a}D^\dagger(-\alpha)D(\alpha)e^{-i\omega t a^\dagger a}D^\dagger(\alpha). \tag{31}$$

Benutzen wir die Eigenschaften $D^\dagger(-\alpha) = D(\alpha)$ und $D(\alpha)D(\alpha) = D(2\alpha)$ haben wir

$$U_-^\dagger(t)U_+(t) = e^{-i\omega_0 t} D(-\alpha) \underbrace{e^{i\omega t a^\dagger a} D(2\alpha) e^{-i\omega t a^\dagger a}}_{D(2\alpha e^{i\omega t})} D^\dagger(\alpha). \tag{32}$$

Dann, mit der etwas allgemeineren Eigenschaft $D(\alpha)D(\beta) = e^{\frac{1}{2}(\alpha\beta^* - \beta\alpha^*)} D(\alpha + \beta)$, bekommen wir

$$\begin{aligned} U_-^\dagger(t)U_+(t) =& e^{-i\omega_0 t} D(-\alpha) D(2\alpha e^{i\omega t}) D(-\alpha) && (33)\\ =& e^{-i\omega_0 t} D(-\alpha) D(2\alpha e^{i\omega t} - \alpha) e^{2i\alpha \sin(\omega t)} && (34)\\ =& e^{-i\omega_0 t} D(2\alpha e^{i\omega t} - 2\alpha) e^{2i\alpha \sin(\omega t)} e^{-2i\alpha \sin(\omega t)} && (35)\\ =& e^{-i\omega_0 t} D(2\alpha(e^{i\omega t} - 1)). && (36) \end{aligned}$$

Alles in allem haben wir dann

$$\begin{aligned} \rho_{+-}^{red}(t) =& \rho_{+-}^s \langle 0|U_-^\dagger(t)U_+(t)|0\rangle = \rho_{+-}^s e^{-i\omega_0 t} \langle 0|D(2\alpha(e^{i\omega t} - 1))|0\rangle && (37)\\ =& \rho_{+-}^s e^{-i\omega_0 t} e^{-2\alpha^2 |e^{i\omega t} - 1|^2} && (38)\\ =& \rho_{+-}^s e^{-i\omega_0 t} e^{-4\alpha^2 (1 - \cos(\omega t))} && (39) \end{aligned}$$

mit $\alpha = -g/\omega$. In der zweiten Gleichung haben wir die Eigenschaft $\langle 0|D(\beta)|0\rangle = \langle 0|\beta\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\beta|^2}$ benutzt. Definieren wir $\gamma(t) = (2g/\omega)^2(1 - \cos(\omega t))$ haben wir dann

$$\rho_{+-}^{red}(t) = \rho_{+-}^s e^{-i\omega_0 t} e^{-\gamma(t)}. \tag{40}$$

Für $t \ll 2\pi/\omega$ können wir den Exponenten entwickeln wie $\gamma(t) \approx 2(gt)^2$, d.h. die Kohärenzen nehmen ab wie $\rho_{+-}^{red}(t) \approx e^{-i\omega_0 t} e^{-2(gt)^2} \rho_{+-}^s$. Das sieht fast wie Dekohärenz aus, aber die Funktion $\gamma(t)$ ist periodisch und bei $t = 2\pi/\omega$ gehen die Kohärenzen wieder zu ihrem ursprünglichen Wert zurück (bis auf einen Phasenfaktor), $\rho_{+-}^{red}(2\pi/\omega) = e^{-i\omega t} \rho_{+-}^s$.

(c) Wiederholen wir die Berechnung für viele Moden

$$H = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_z + \sum_k \hbar\omega_k a_k^\dagger a_k + \sigma_z \sum_k \hbar g_k (a_k^+ + a_k) \tag{41}$$

haben wir (die Berechnung verläuft analog)

$$e^{-\gamma(t)} \to \prod_k e^{-\gamma_k(t)} = \exp\left[-\sum_k \left(\frac{2g_k}{\omega_k}\right)^2 (1 - \cos(\omega_k t)\right] \tag{42}$$

Definieren wir jetzt die Funktion $J(\omega)$:

$$J(\omega) = 2\pi \sum_k g_k^2 \delta(\omega - \omega_k) \tag{43}$$

so können wir den Exponenten umschreiben als

$$4\sum_k g_k^2 \frac{1 - \cos(\omega_k t)}{\omega_k^2} = 4\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} J(\omega) \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega^2}. \tag{44}$$

Durch die Substitution $x = \omega t$ haben wir

$$4\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} J(\omega) \frac{1 - \cos(\omega t)}{\omega^2} = 4\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}x}{2\pi t} J\left(\frac{x}{t}\right) \frac{1 - \cos(x)}{x^2/t^2} = \frac{2}{\pi} t \int_0^\infty \mathrm{d}x J\left(\frac{x}{t}\right) \frac{1 - \cos(x)}{x^2}. \tag{45}$$

Für lange Zeiten bekommen wir:

$$e^{-\Gamma t}, \quad \Gamma = \frac{2}{\pi} J(0) \underbrace{\int_0^\infty \mathrm{d}x \frac{1 - \cos(x)}{x^2}}_{\pi/2} = J(0). \tag{46}$$

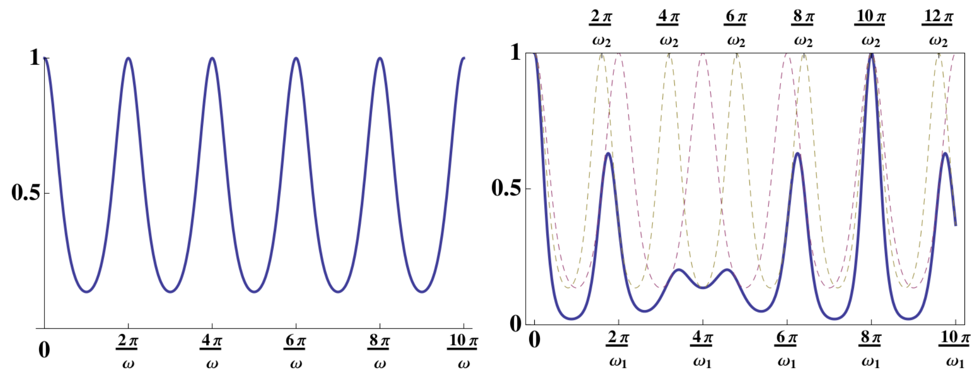

Abbildung 1: Links: eine Mode ($e^{-\gamma(t)}$). Wir sehen eine periodische Modulierung der Kohärenzen. Rechts: Zwei Moden. die gestrichelten Linien stellen die Beiträge der individuellen Moden dar ($e^{-\gamma_1(t)}$ und $e^{-\gamma_2(t)}$), und die volle Line stellen den Gesamtbeitrag dar ($e^{-\gamma_1(t)}e^{-\gamma_2(t)}$). Hier sehen wir eine quasiperiodische Modulierung der Kohärenzen. Wenn die Anzahl der Moden zur Unendlichkeit geht, geht die Periode auch in Richtung Unendlich.

Der Grund für die irreversible Dephasierung wenn das System mit einem kontinuirlichen Bad von Moden gekoppelt ist (im Gegensatz zu wenigen diskreten Moden) ist, dass das System mit unendlich vielen Freiheitsgraden verschränkt wird und die Phaseninformation über einen sehr großen Hilbert-Raum verteilt ist (und wir sind nur an einem Teil dieses Hilbert-Raums - dem Spin- interessiert).