

Übungsblatt Nr. 6 zur Vorlesung „Ausgewählte Probleme der Quantenmechanik“

1 Das verallgemeinerte Jaynes-Cummings Modell Gegeben ist der Hamilton-Operator,

$$H = \frac{1}{2}\epsilon\sigma_z + g(\sigma_z \cos \phi + \sigma_x \sin \phi)(a^\dagger + a) + \omega a^\dagger a. \quad (1)$$

a) Zeigen Sie dass die Transformation UHU^\dagger , mit

$$U = e^{\frac{g\sigma_z \cos \phi}{\omega}(a^\dagger - a)}, \quad (2)$$

die Kopplung von σ_z und Oszillator zum Verschwinden bringt.

b) Berechnen sie die Stärke der Kopplung zwischen den Zuständen $|\uparrow\rangle|n\rangle$ und $|\downarrow\rangle|n+2\rangle$ in niedrigster Ordnung von g/ω . Wobei gilt

$$\sigma_z|\uparrow\rangle = |\uparrow\rangle, \quad \sigma_z|\downarrow\rangle = -|\downarrow\rangle, \quad (3)$$

und $a^\dagger a|n\rangle = n|n\rangle$.

2 Bonus: Dephasing

Im Wechselwirkungsbild ist der Hamiltonian-Operator eines 2 Zustandssystem, gekoppelt an ein Bad aus harmonischen Oszillatoren, gegeben durch

$$H = \mathcal{V}(t) \quad \mathcal{V}(t) = \sum_k g_k \left[b_k e^{-i\nu_k t} + b_k^\dagger e^{i\nu_k t} \right] \sigma_z. \quad (4)$$

Finden sie die Bewegungsgleichung für die Dichtematrix mit den Methoden die in der Vorlesung diskutiert wurden.