

## Übungsblatt Nr. 6 zur Vorlesung „Ausgewählte Probleme der Quantenmechanik“

### 1 Bewegungsgleichung des Jaynes-Cummings-Modell (20 Punkte)

Wir betrachten ein gedämpftes Zwei-Level-System, das an einen gedämpften Resonator gekoppelt ist. Die Bewegungsgleichung für die Dichtmatrix ist gegeben durch,

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \frac{\kappa}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \frac{\gamma}{2} (2\sigma_- \rho \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_- \rho - \rho \sigma_+ \sigma_-). \quad (1)$$

Hierbei ist der Hamilton-Operator gegeben durch,

$$H = \frac{1}{2}\epsilon\sigma_z + g(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-) + \omega a^\dagger a. \quad (2)$$

Wenn der Erwartungswert eines Operators  $O$ ,

$$\langle O \rangle = \text{tr}\{O\rho\}, \quad (3)$$

berechnet werden soll, gilt für die Zeitableitung des Erwartungswertes

$$\langle \dot{O}(t) \rangle = \text{tr}\{O\dot{\rho}(t)\}. \quad (4)$$

**a)** (7 Punkte) Zeigen sie, dass die Bewegungsgleichung für  $\langle n \rangle = \langle a^\dagger a \rangle$  gegeben ist durch,

$$\frac{d}{dt}\langle n \rangle = ig(\langle \sigma_+ a \rangle - \langle \sigma_- a^\dagger \rangle) - \kappa \langle n \rangle. \quad (5)$$

**b)** (7 Punkte) Zeigen sie, dass die Bewegungsgleichung für  $\langle \sigma_+ a \rangle$  gegeben ist durch,

$$\frac{d}{dt}\langle \sigma_+ a \rangle = -\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{\kappa}{2} - i(\epsilon - \omega)\right)\langle \sigma_+ a \rangle - ig\langle \sigma_z n \rangle. \quad (6)$$

**c)** (6 Punkte) Zeigen sie, dass die Bewegungsgleichung für  $\langle \sigma_z \rangle$ ,

$$\frac{d}{dt}\langle \sigma_z \rangle = -2ig(\langle \sigma_+ a \rangle - \langle \sigma_- a^\dagger \rangle) - \gamma(\langle \sigma_z \rangle + 1). \quad (7)$$